

Nombres rationnels

A3

Objectifs de cycle

■ Définir de nouveaux nombres

Utiliser la définition de quotient

tests n° 1 et 2

Niveau 1

■ Simplifier une écriture fractionnaire

Déterminer deux fractions égales
Simplifier une fraction

tests n° 3 et 11
test n° 4

Niveau 1

Niveau 2

■ Comparer deux écriture fractionnaire

Avec des nombres positifs
Avec des nombres relatifs

tests n° 5 et 6
test n° 10

Niveau 1

Niveau 2

■ Additionner, soustraire

Avec des nombres positifs, des dénominateurs multiples
Avec des nombres relatifs

test n° 8
test n° 12

Niveau 1

Niveau 2

■ Multiplier

Avec des nombres positifs et des dénominateurs multiples
Avec des nombres relatifs

test n° 9
test n° 13

Niveau 1

Niveau 2

■ Diviser

tests n° 14 et 15

Niveau 3

- Les nombres rationnels sont introduits comme des nombres pouvant s'écrire sous forme fractionnaire après avoir défini la notion de quotient. Le lien est fait avec la fraction partage.
- La comparaison et les quatre opérations sont vues successivement à différents niveaux de complexité.

Activité 1 De nouveaux nombres

1. Trouve mentalement le nombre manquant dans chacune des « multiplications à trou » suivantes.

a. $4 \times \dots = 8$

d. $1 \times \dots = 89$

g. $4 \times \dots = 2$

j. $4 \times \dots = 3$

b. $6 \times \dots = 54$

e. $\dots \times 21 = 0$

h. $\dots \times 4 = 6$

k. $8 \times \dots = 5$

c. $\dots \times 25 = 50$

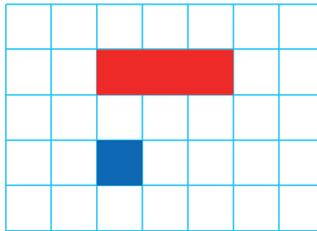
f. $10 \times \dots = 10$

i. $5 \times \dots = 22$

l. $3 \times \dots = 4$

2. De la fraction partage au quotient

Dans toute la suite de l'activité, on considère que le rectangle rouge représente le rectangle unité.



a. Quelle fraction du rectangle unité le rectangle bleu représente-t-il ?

b. Dans un quadrillage, trace plusieurs carrés bleus côte à côte pour obtenir un rectangle représentant les $\frac{4}{3}$ du rectangle unité. Que peux-tu dire de $\frac{4}{3}$?

c. Trace trois rectangles verts côte à côte représentant chacun $\frac{4}{3}$ du rectangle unité.

Que peux-tu dire de $\frac{4}{3}$?

d. Dans un quadrillage, reproduis le rectangle violet ci-dessous. Partage-le en 3 rectangles de même aire.



e. Que dire des rectangles obtenus ?

Activité 2 Trop sucré ?

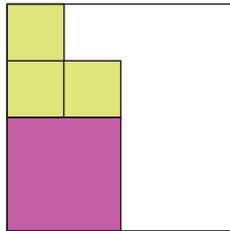
Après un été bien ensoleillé, Émilie fait de la confiture. En regardant sur Internet, elle trouve trois recettes.

Confiture de fraises	« 450 g de sucre pour 750 g de fraises. »
Confiture d'abricots	« 500 g de sucre pour 1 kg de confiture. »
Confiture de cerises	« 800 g de sucre pour 2 400 g de cerises. »

Quelle recette doit-elle choisir pour obtenir une confiture avec le moins de sucre ajouté pour une même quantité de confiture ?

Activité 3 Additions et soustractions

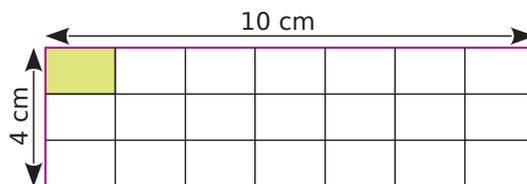
La figure suivante est un carré composé de carrés de différentes dimensions : l'aire du carré rose est le quart de l'aire du grand carré et l'aire d'un carré vert est le quart de l'aire d'un carré rose.



1. A quelle fraction de l'aire du grand carré correspond celle d'un petit carré vert ?
2. Écris le calcul à effectuer pour obtenir la fraction que représente l'aire de la partie formée par le carré rose et les carrés verts par rapport à celle du grand carré.
3. Reproduis le carré ci-contre puis effectue des tracés judicieux pour obtenir d'une autre manière la fraction cherchée en 1.
4. Que faudrait-il faire pour retrouver ce résultat par le calcul ?
5. Applique la règle que tu as trouvée pour effectuer le calcul suivant : $\frac{2}{5} + \frac{1}{30}$.

Activité 4 Produits

On considère la figure ci-contre. On veut calculer l'aire du rectangle vert par deux méthodes différentes afin d'en déduire une règle sur la multiplication de deux fractions.



1. Calcule l'aire du rectangle vert de deux manières différentes.
2. En déduire une conjecture permettant de calculer le produit de deux fractions.

Activité 5 Quotient

1. Que dire des nombres $\frac{-3}{4}$; $\frac{3}{-4}$; $-\frac{3}{4}$; $\frac{-2,5}{-3,2}$; $\frac{2,5}{3,2}$; $-\frac{2,5}{3,2}$; $-\frac{2,5}{-3,2}$? Justifie.
2. Calcule $A = \frac{-3}{4} + \frac{-2,5}{-3,2}$; $B = \frac{-3}{4} - \frac{-2,5}{-3,2}$; $C = -\frac{3}{4} + \frac{2,5}{3,2}$.
3. Calcule le produit de $\frac{-4}{5}$ par $\frac{25}{-32}$ par deux méthodes différentes.

Activité 6 Multiplier signifie-t-il augmenter ?

1. À l'aide d'un tableur, on multiplie les nombres $\frac{1}{6}$ et $\frac{11}{9}$ par $\frac{5}{4}$.

Voici les résultats ci-contre.

Compare les fractions : $\frac{5}{24}$ et $\frac{1}{6}$ • $\frac{55}{36}$ et $\frac{11}{9}$

	A	B
1	×	5/4
2	1/6	5/24
3	11/9	55/36

2. À l'aide d'un tableur, on multiplie les nombres $\frac{1}{6}$ et $\frac{11}{9}$ par $\frac{1}{3}$.

Voici les résultats ci-contre.

Compare les fractions : $\frac{1}{18}$ et $\frac{1}{6}$ • $\frac{11}{27}$ et $\frac{11}{9}$

	A	B
1	×	1/3
2	1/6	1/18
3	11/9	11/27

3. Reproduis le tableur et remplace $\frac{5}{4}$ et $\frac{1}{3}$ par d'autres fractions.

4. Que penses-tu du titre de l'activité ? Explique ta réponse.

Activité 7 Inverses et divisions

1. On considère plusieurs rectangles qui ont tous la même aire de 1 U.A.. Recopie puis complète le tableau suivant par les nombres qui conviennent :

	Rectangle 1	Rectangle 2	Rectangle 3	Rectangle 4	Rectangle 5	Rectangle 6
Longueur	2			3		$\frac{4}{3}$
Largeur		0,1	0,25		$\frac{1}{7}$	

a. Que dire de la longueur de ces rectangles ? Et de la largeur ?

b. Quel lien y a-t-il entre la longueur et la largeur de ces rectangles ?

c. Que peux-tu dire de l'inverse de 1 ? de l'inverse de 0 ?

2. Divisions

a. Que peux-tu dire du nombre $\frac{1}{\frac{5}{3}}$? Déduis-en une fraction égale à ce nombre.

b. Décompose $\frac{-4}{\frac{5}{3}}$ puis $\frac{3}{\frac{2}{3}}$ sous forme d'un produit de deux fractions.

1) Définir de nouveaux nombres

Définition

Soit a et b deux nombres, b non nul.

Le **quotient** $\frac{a}{b}$ est le nombre qui, multiplié par b , donne a .

$$\frac{a}{b} \times b = a$$

↳ Entraîne-toi à Déterminer un quotient

■ Énoncé

- Quel est le nombre qui, multiplié par 7, donne 9 ?
- Quel est le nombre qui, multiplié par 3, donne 36 ?

Correction :

$$7 \times \frac{9}{7} = 9.$$

Le nombre qui multiplié par 7 donne 9 est $\frac{9}{7}$

$\frac{36}{3} = 12$. Le nombre qui multiplié par 3 donne 36 est 12

Définitions

Un nombre **rationnel** est un nombre qui peut s'écrire sous forme d'un quotient.

Une **fraction** est un quotient de deux nombres entiers (donc un nombre rationnel).

Une **écriture fractionnaire** est une écriture d'un quotient avec un trait de fraction, mais le numérateur ou le dénominateur ne sont pas entiers.

Un **pourcentage** est une écriture fractionnaire de dénominateur 100.

» Exemples :

- $2 = \frac{2}{1}$; $0,5 = \frac{1}{2}$; $10 : 3 = \frac{10}{3}$ sont rationnels. π ne l'est pas. $\frac{2}{10}$ est une fraction, $\frac{8}{0,5}$ une écriture fractionnaire. $5\% = \frac{5}{100}$ ou $2,5\% = \frac{2,5}{100}$ sont des pourcentages.

» Remarque

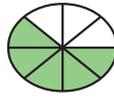
Une fraction peut être utilisée pour représenter un partage à parts égales. Alors,

- son dénominateur « dénomine » : il donne le nom de la part ou « sa taille »
- son numérateur « numère » : il donne le nombre de parts.

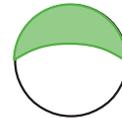
» Exemple



un tiers $\frac{1}{3}$



cinq huitièmes $\frac{5}{8}$



La partie coloriée ne représente pas la moitié du disque car le partage n'est pas équitable

2) Simplifier une écriture fractionnaire

Propriété

Deux fractions sont **égales** quand leurs numérateurs et dénominateurs sont proportionnels..

Pour tous nombres a , b et k où b et k sont non nuls :

$$\frac{a \times k}{b \times k} = \frac{a}{b} \text{ et } \frac{a \div k}{b \div k} = \frac{a}{b} .$$

↳ Entraîne-toi à Déterminer deux fractions égales

■ Énoncé

Détermine le nombre manquant dans l'égalité

$$\frac{1,2}{6} = \frac{\dots}{18}$$

Correction

$$\frac{1,2}{6} = \frac{\dots}{18} \text{ donc } \frac{1,2}{6} = \frac{3,6}{18}$$

■ Énoncé

Les nombres $\frac{2,1}{-3,5}$ et $\frac{-4,1}{6,9}$ sont-ils égaux ?
Justifie.

Correction

$2,1 \times 6,9 = 14,49$ et $(-3,5) \times (-4,1) = 14,35$
Les produits en croix ne sont pas égaux donc
les nombres ne sont pas égaux.

↳ Entraîne-toi à Simplifier une fraction

Il s'agit de trouver une fraction égale ayant un dénominateur (entier) plus petit.

■ Énoncé

Simplifie le quotient $\frac{15}{21}$

Correction

$$\frac{15}{21} = \frac{5 \times 3}{7 \times 3} = \frac{5}{7}$$

■ Énoncé

Simplifie la fraction $\frac{42}{-140}$

Correction

$$\frac{+42}{-140} = -\frac{42}{140}$$

$$\frac{42}{-140} = -\frac{3 \times 2 \times 7}{10 \times 7 \times 2}$$

$$\frac{42}{-140} = -\frac{3}{10}$$

3) Comparer deux écritures fractionnaires

Règle

Pour comparer des nombres en écriture fractionnaire, on peut les écrire avec le même dénominateur positif puis les ranger dans le même ordre que leurs numérateurs.

↳ Entraîne-toi à Comparer deux nombres en écriture fractionnaire

■ Énoncé

Compare les nombres $\frac{1,2}{4}$ et $\frac{5,7}{20}$.

Correction

$$\frac{1,2}{4} = \frac{1,2 \times 5}{4 \times 5} = \frac{6}{20} \text{ . Or, } 6 > 5,7$$

$$\text{d'où } \frac{6}{20} > \frac{5,7}{20} \text{ donc } \frac{1,2}{4} > \frac{5,7}{20}$$

■ Énoncé

Compare les quotients $\frac{-2}{7}$ et $\frac{3}{-8}$.

Correction

$$\frac{-2 \times 8}{7 \times 8} = \frac{-16}{56} \text{ et } \frac{-3 \times 7}{8 \times 7} = \frac{-21}{56}$$

$$\text{Or, } -16 > -21 \text{ donc } \frac{-16}{56} > \frac{-21}{56}$$

$$\text{et par suite } \frac{-2}{7} > \frac{3}{-8} \text{ .}$$

4) Additionner, soustraire

Règle

Pour **additionner (ou soustraire)** des nombres en écriture fractionnaire **ayant le même dénominateur**,

- on additionne (ou on soustrait) les numérateurs et
- on garde le dénominateur commun.

Pour tous nombres a, b et c où b est non nul :

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}.$$

» Entraîne-toi à Additionner deux nombres en écriture fractionnaire

■ Énoncé

Calcule l'expression : $A = \frac{7}{3} - \frac{5}{3}$.

Correction

$$A = \frac{7-5}{3} = \frac{2}{3}$$

■ Énoncé

Calcule l'expression :

$$A = \frac{7}{3} + \frac{6}{12}.$$

Correction

$$A = \frac{7}{3} + \frac{6}{12}$$

$$A = \frac{7 \times 4}{3 \times 4} + \frac{6}{12}$$

$$A = \frac{28}{12} + \frac{6}{12}$$

$$A = \frac{34}{12}$$

$$A = \frac{17}{6}$$

■ Énoncé

Calcule l'expression $A = -1 + \frac{13}{-30} - \frac{-11}{12}$.

Correction

$$A = -1 + \frac{13}{-30} - \frac{-11}{12}$$

$$A = -\frac{1 \times 60}{1 \times 60} - \frac{13 \times 2}{30 \times 2} + \frac{11 \times 5}{12 \times 5}$$

$$A = -\frac{60}{60} - \frac{26}{60} + \frac{55}{60}$$

$$A = \frac{-60 - 26 + 55}{60}$$

$$A = \frac{-31}{60}$$

5) Multiplier

Règle

Pour **multiplier des nombres en écriture fractionnaire**, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.

Pour tous nombres a, b, c et d où b et d sont non nuls :

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}.$$

» Remarque

Il est judicieux de simplifier les fractions avant d'effectuer les calculs afin d'obtenir plus facilement une fraction simplifiée.

» Entraîne-toi à Multiplier deux nombres en écriture fractionnaire

■ Énoncé

Calcule et simplifie le résultat :

$$D = \frac{8}{7} \times \frac{5}{3} \text{ et}$$

$$F = \frac{4}{15} \times \frac{25}{16}$$

Correction

$$D = \frac{8}{7} \times \frac{5}{3}$$

$$D = \frac{8 \times 5}{7 \times 3}$$

$$D = \frac{40}{21}$$

$$F = \frac{4}{15} \times \frac{25}{16}$$

$$F = \frac{4 \times 25}{15 \times 16}$$

$$F = \frac{4 \times 5 \times 5}{3 \times 5 \times 4 \times 4}$$

$$F = \frac{5}{3 \times 4}$$

$$F = \frac{5}{12}$$

» **Remarque :** En présence de signes $-$, on commence par déterminer le signe du résultat.

■ Énoncé

Calcule l'expression $B = -\frac{35}{33} \times \frac{-39}{-80}$

Correction

$$B = -\frac{35}{33} \times \frac{-39}{-80}$$

$$B = -\frac{35 \times 39}{33 \times 80}$$

$$B = -\frac{7 \times 5 \times 13 \times 3}{11 \times 3 \times 2 \times 5 \times 8}$$

$$B = -\frac{7 \times 13}{11 \times 2 \times 8}$$

$$B = -\frac{91}{176}$$

6) Diviser

Définition

Deux nombres sont inverses l'un de l'autre si leur produit est égal à 1.

Propriétés

- Tout nombre x non nul admet un inverse (noté x^{-1}) qui est le nombre $\frac{1}{x}$.
- Tout nombre en écriture fractionnaire $\frac{a}{b}$ ($a \neq 0$ et $b \neq 0$) admet un inverse qui est le nombre $\frac{b}{a}$.

» Remarques

- Un nombre et son inverse ont toujours le même signe.
En effet, leur produit 1 est positif et seul le produit de deux nombres de même signe est positif.
- Zéro est le seul nombre qui n'admet pas d'inverse.
En effet, tout nombre multiplié par 0 donne 0 et ne donnera jamais 1.

» **Exemple :** L'inverse de 3 est $3^{-1} = \frac{1}{3}$ et l'inverse de $\frac{-7}{3}$ est $\left(\frac{-7}{3}\right)^{-1} = -\frac{3}{7}$.

Propriété

Diviser par un nombre non nul revient à multiplier par l'inverse de ce nombre.

Pour tous nombres a, b, c et d où b, c et d sont non nuls :

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} \quad \text{ou} \quad \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}.$$

» Entraîne-toi à Diviser deux nombres en écriture fractionnaire

■ Énoncé

Calcule $C = \frac{-8}{7} \div \frac{5}{-3}$;

$$D = \frac{-\frac{32}{21}}{\frac{-48}{-35}} \text{ et donne les}$$

résultats en simplifiant le plus possible.

Correction

$$C = \frac{-8}{7} \div \frac{5}{-3}$$

$$C = + \left(\frac{8}{7} \div \frac{5}{3} \right)$$

$$C = \frac{8}{7} \times \frac{3}{5}$$

$$C = \frac{8 \times 3}{7 \times 5}$$

$$C = \frac{24}{35}$$

$$D = \frac{-\frac{32}{21}}{\frac{-48}{-35}}$$

$$D = -\frac{32}{48} = -\frac{32}{21} \times \frac{35}{48}$$

$$D = -\frac{8 \times 2 \times 2 \times 7 \times 5}{7 \times 3 \times 3 \times 2 \times 8}$$

$$D = -\frac{10}{9}$$



Je me teste

Niveau 1

1 Complète par une fraction.

a. $6 \times \dots = 7$

b. $12 \times \dots = 5$

c. $18 \times \dots = 67$

d. $7 \times \dots = 98$

2 Donne une écriture décimale de chaque quotient ou une valeur approchée au millième.

a. $\frac{14}{11}$

b. $\frac{5}{6}$

c. $\frac{27}{10}$

d. $\frac{2}{9}$

e. $\frac{9}{8}$

f. $\frac{3}{25}$

3 Parmi les quotients suivants, quels sont ceux égaux à $\frac{5}{3}$?

a. $\frac{45}{27}$

b. $\frac{54}{33}$

c. $\frac{90}{54}$

d. $\frac{40}{25}$

e. $\frac{0,05}{0,03}$

4 Simplifie chaque fraction au maximum.

a. $\frac{40}{90}$

b. $\frac{18}{72}$

c. $\frac{16}{24}$

d. $\frac{125}{75}$

5 Range dans l'ordre croissant les nombres : $\frac{21}{18}$; $\frac{5}{4}$; $\frac{43}{36}$.

6 Range dans l'ordre décroissant les nombres : $\frac{6}{13}$; $\frac{9}{7}$; $\frac{2}{13}$; $\frac{11}{13}$; $\frac{17}{7}$.

7 Calcule chacune des expressions : $B = \frac{3}{5} + \frac{7}{20}$ et $C = \frac{67}{11} - 5$.

8 Calcule et donne le résultat sous la forme d'une fraction simplifiée.

$G = \frac{8}{37} \times \frac{37}{3} \times \frac{5}{8}$

$H = \frac{3,5}{0,3} \times \frac{1,08}{7}$

$I = \frac{22}{18} \times \frac{6}{11}$

9 Raphaël a lu les $\frac{2}{5}$ du quart d'un livre et Benoit a lu le quart des $\frac{2}{5}$ du même livre.

a. Quelle fraction du livre chacun a-t-il lu ?

b. Que remarques-tu ?

Niveau 2

10 Compare les nombres suivants.

a. $\frac{5}{-12}$ et $\frac{-1}{3}$

b. $\frac{4}{3}$ et $\frac{-5}{-4}$

c. $\frac{9}{10}$ et $\frac{11}{12}$

d. $\frac{19}{20}$ et $\frac{31}{32}$

11 Les nombres suivants sont-ils égaux ?

a. $\frac{-7}{6}$ et $\frac{-6}{-5}$

b. $\frac{14,5}{25}$ et $\frac{-11,6}{-20}$

12 Calcule et donne le résultat sous la forme d'une fraction la plus simple possible.

a. $1 - \frac{7}{3}$

b. $\frac{-2}{3} + \frac{7}{8} - \frac{5}{6}$

c. $\frac{-2}{10} + \frac{7}{25}$

d. $\frac{3}{7} - \frac{7}{10}$

13 Calcule et donne le résultat sous la forme d'une fraction la plus simple possible.

a. $\frac{-12}{33} \times \frac{44}{-15}$

b. $\frac{-7}{15} \times \left(-\frac{5}{21}\right)$

c. $-\frac{51}{26} \times \frac{39}{-34}$

d. $3 \times \frac{7}{-3}$

Niveau 3

14 Donne les inverses des nombres suivants : -6 ; $3,5$; $\frac{-15}{4}$; $\frac{1}{4}$.

15 Calcule et donne le résultat sous la forme d'une fraction la plus simple possible.

$B = \frac{-7}{3} \div \frac{-21}{6}$

$C = \frac{-4}{\frac{7}{3}}$

$D = \frac{\frac{-4}{7}}{\frac{3}{-5}}$

→ Voir Corrigés p. 368

Écriture fractionnaire

1 Par quel nombre faut-il ...

- a. multiplier $\frac{6}{5}$ pour obtenir 6 ?
 b. multiplier $\frac{7}{8}$ pour obtenir 7 ?
 c. multiplier $\frac{15}{17}$ pour obtenir 15 ?
 d. multiplier $\frac{27}{19}$ pour obtenir 27 ?

2 Par quel nombre faut-il ...

- a. multiplier 7 pour obtenir 3 ?
 b. multiplier 15 pour obtenir 29 ?
 c. multiplier 21 pour obtenir 17 ?
 d. multiplier 43 pour obtenir 50 ?

3 Recopie puis complète.

- a. $6 = \frac{\dots}{2}$ e. $6 = \frac{\dots}{3}$ i. $6 = \frac{\dots}{7}$
 b. $7 = \frac{\dots}{2}$ f. $7 = \frac{\dots}{3}$ j. $7 = \frac{\dots}{7}$
 c. $10 = \frac{\dots}{2}$ g. $10 = \frac{\dots}{3}$ k. $10 = \frac{\dots}{7}$
 d. $15 = \frac{\dots}{2}$ h. $15 = \frac{\dots}{3}$ l. $15 = \frac{\dots}{7}$

4 À l'aide de la calculatrice, recopie puis complète par = ou ≠.

- a. $\frac{1}{3} \dots 0,33$ d. $\frac{3}{11} \dots 0,27$
 b. $\frac{19}{7} \dots 2,714$ e. $\frac{7}{4} \dots 1,75$
 c. $\frac{15}{8} \dots 1,875$ f. $\frac{24}{5} \dots 4,8$

5 Donne une valeur approchée au millièmè près par excès de chaque quotient.

- a. $\frac{18}{37}$ b. $\frac{37}{18}$ c. $\frac{45}{99}$ d. $\frac{99}{23}$ e. $\frac{57}{63}$ f. $\frac{63}{57}$

6 Parmi les quotients suivants, quels sont ceux qui sont égaux à 2,4 ?

- a. $\frac{12}{5}$ c. $\frac{17}{7}$ e. $\frac{84}{35}$
 b. $\frac{22}{9}$ d. $\frac{48}{20}$ f. $\frac{26}{11}$

Déterminer des quotients égaux

7 Recopie et complète.

- a. $\frac{4}{5} = \frac{4 \times \dots}{5 \times \dots} = \frac{\dots}{15}$
 b. $\frac{5}{6} = \frac{\dots}{36}$ f. $\frac{7}{5} = \frac{21}{\dots}$
 c. $\frac{1}{2} = \frac{7}{\dots}$ g. $\frac{10}{9} = \frac{50}{\dots}$
 d. $\frac{7}{3} = \frac{\dots}{6}$ h. $\frac{11}{8} = \frac{\dots}{64}$
 e. $\frac{1}{4} = \frac{20}{\dots}$ i. $\frac{3}{4} = \frac{\dots}{100}$

8 Recopie ce tableau puis colorie d'une même couleur les cases des nombres égaux.

$\frac{7}{4}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{21}{49}$	$\frac{1,2}{0,5}$
$\frac{3}{7}$	$\frac{33}{100}$	$\frac{14}{8}$	$\frac{15}{10}$
$\frac{12}{5}$	$\frac{28}{16}$	1,5	0,33
$\frac{9}{49}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{18}{12}$	$\frac{45}{105}$

9 Donne les signes des nombres.

$$-5,2 ; \frac{5}{4,23} ; -2,1 ; \frac{472}{23} ; -8,9 ; -\frac{12}{-45} ; -\frac{11}{13} ; -\frac{11}{-5,2}$$

10 Recopie et complète chacune des égalités.

- a. $\frac{\dots}{-5} = \frac{10}{20}$ d. $3 = \frac{\dots}{4}$
 b. $\frac{2}{3} = \frac{\dots}{27}$ e. $-2,1 = -\frac{21}{\dots}$
 c. $\frac{-15}{45} = \frac{-5}{\dots}$ f. $\frac{5}{13} = -\frac{25}{\dots}$

11 A partir des égalités données et en utilisant seulement les quatre nombres qui apparaissent, écris toutes les égalités d'écritures fractionnaires possibles.

- a. $7 \times (-8) = -4 \times 14$
 b. $-3 \times (-1) = 2 \times 1,5$

12 Écris les écritures fractionnaires avec un dénominateur entier positif.

$$\frac{4}{-5}; \frac{-8}{-7}; -\frac{5,2}{-7}; \frac{7}{-2,1}; \frac{8,2}{0,12}; -\frac{-1}{-3,54}.$$

13 Écris les nombres suivants, si c'est possible, sous la forme $\frac{a}{30}$, où a est un nombre décimal relatif.

$$\frac{3}{10}; \frac{1}{-3}; -2; \frac{2,1}{0,6}; \frac{-18}{90}; \frac{1}{7}; \frac{1}{-60}.$$

Simplifier une fraction

14 Pour chacune des fractions suivantes, indique si elle peut se simplifier par 2, 3, 4, 5 ou 9.

a. $\frac{18}{16}$ c. $\frac{30}{45}$ e. $\frac{27}{36}$

b. $\frac{5}{10}$ d. $\frac{12}{24}$ f. $\frac{70}{20}$

15 Simplifie chaque fraction par 7.

a. $\frac{7}{21}$ b. $\frac{28}{70}$ c. $\frac{35}{49}$ d. $\frac{63}{42}$ e. $\frac{84}{77}$

16 Simplifie chaque fraction si possible.

a. $\frac{15}{60}$ b. $\frac{13}{26}$ c. $\frac{51}{68}$ d. $\frac{252}{189}$ e. $\frac{256}{384}$

17 Écris chaque nombre sous la forme d'une fraction décimale puis simplifie-la.

a. 1,2 b. 0,5 c. 2,25 d. 0,02 e. 1,125

18 Écris chaque nombre sous la forme d'une fraction puis simplifie-la.

a. $\frac{1,2}{2}$ c. $\frac{7,68}{1,4}$ e. $\frac{28}{3,5}$

b. $\frac{1,5}{30}$ d. $\frac{0,96}{0,84}$ f. $\frac{1,25}{0,5}$

19 Simplifie chaque fraction.

a. $\frac{2 \times 3 \times 4 \times 5}{3 \times 4 \times 5 \times 7}$ c. $\frac{18 \times 5 \times 6}{3 \times 2 \times 2 \times 3}$

b. $\frac{11 \times 15 \times 17 \times 7}{17 \times 11 \times 8 \times 15}$ d. $\frac{18 \times 15}{30 \times 2}$

Comparer des quotients

20 Comparer des fractions à des entiers

a. Recopie les nombres suivants puis entoure en vert ceux qui sont inférieurs à 1 et en rouge ceux qui sont supérieurs à 1.

$$\frac{7}{8}; \frac{9}{4}; \frac{12}{5}; \frac{634}{628}; \frac{9}{10}; \frac{18}{8}; \frac{182}{196}; \frac{4}{23}$$

b. Recopie puis entoure les nombres inférieurs à 2 en expliquant ta démarche.

$$\frac{64}{21}; \frac{35}{18}; \frac{41}{18}; \frac{12}{25}; \frac{14}{30}; \frac{169}{83}; \frac{1}{2}; \frac{12}{25}$$

21 Recopie et complète les pointillés par les symboles < ou >.

a. $\frac{1}{3} \dots 3$ d. $4 \dots \frac{9}{10}$

b. $\frac{7}{13} \dots \frac{13}{7}$ e. $\frac{12}{15} \dots \frac{36}{30}$

c. $0 \dots \frac{1}{1000}$ f. $\frac{999}{1000} \dots \frac{3}{2}$

22 Recopie et complète les pointillés par les symboles < ou >.

a. $\frac{1}{2} \dots \frac{1}{4}$ d. $\frac{62}{41} \dots \frac{62}{35}$

b. $\frac{7}{5} \dots \frac{7}{6}$ e. $\frac{12}{6} \dots \frac{12}{18}$

c. $\frac{41}{51} \dots \frac{41}{49}$ f. $5 \dots \frac{5}{2}$

23 Ordre croissant

Range les nombres suivants dans l'ordre croissant.

$$\frac{2}{3}; \frac{5}{0,3}; \frac{1}{30}; \frac{77}{30}; \frac{4}{3}; \frac{7,5}{0,3}; \frac{5}{3}$$

24 Recopie et complète les pointillés par les symboles < ou >.

a. $\frac{2}{3} \dots \frac{1}{9}$ d. $\frac{12}{15} \dots \frac{4}{3}$

b. $\frac{1}{2} \dots \frac{1}{4}$ e. $\frac{7}{18} \dots \frac{3}{9}$

c. $\frac{3}{4} \dots \frac{7}{8}$ f. $\frac{19}{10} \dots \frac{10}{5}$

25 Soient $a = \frac{816}{577}$ et $b = \frac{577}{408}$.

a. Donne les valeurs arrondies de a et de b au millième. Peux-tu en déduire la comparaison de a et de b ?

b. Donne des valeurs approchées de a et b qui permettent de les comparer. Compare a et b .

26 Dans chaque cas, réécris les nombres avec le même dénominateur positif, puis compare-les.

a. $\frac{-5}{8}$ et $\frac{-3,8}{6}$ b. $\frac{14}{5}$ et $\frac{20}{7}$

27 Avec le même numérateur

Compare les nombres suivants en commençant par comparer leurs opposés.

a. $\frac{1}{-5}$ et $\frac{1}{-7}$ d. $\frac{-7,5}{0,23}$ et $\frac{75}{-2,4}$

b. $\frac{-3}{8}$ et $\frac{-3}{8,2}$ e. $\frac{3}{-50}$ et $\frac{-4}{75}$

c. $\frac{-5,23}{14,5}$ et $\frac{-5,23}{14,6}$ f. $\frac{54,5}{0,27}$ et $\frac{-2,62}{-0,13}$

28 Dans chaque cas, réécris les nombres avec le même dénominateur positif puis compare-les.

a. $\frac{-5}{4}$ et $\frac{-9}{8}$ d. $-\frac{2}{11}$ et $\frac{-5}{33}$

b. $\frac{2,7}{-9}$ et $\frac{-1}{3}$ e. $\frac{7}{2,5}$ et $\frac{20,5}{7,5}$

c. 3 et $\frac{-20,9}{-7}$ f. $\frac{13}{-27}$ et $\frac{-79}{162}$

29 Range les nombres suivants dans l'ordre croissant sans utiliser de valeurs approchées.

$\frac{7}{-15}$; $\frac{7}{3}$; $\frac{490}{420}$; $\frac{-5}{12}$; $\frac{-24}{-18}$; 2,5.

30 Compare en justifiant.

a. $-\frac{12}{18}$ et $\frac{399}{-300}$ d. $-\frac{5}{6}$ et $-\frac{15}{14}$

b. $\frac{2}{57}$ et $\frac{1}{28,4}$ e. $\frac{6}{13}$ et $\frac{29}{65}$

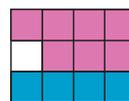
c. $\frac{-75}{11}$ et $\frac{31}{-15}$ f. $\frac{3}{-22}$ et $\frac{4,5}{33}$

Additionner et Soustraire

31 Somme de fractions

a. L'égalité $\frac{1}{3} + \frac{7}{12} = \frac{11}{12}$

est illustrée par la figure ci-contre.



Explique pourquoi.

b. En t'inspirant de la question a., écris une égalité illustrant chacune des figures suivantes.

Figure 1

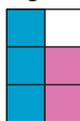


Figure 2

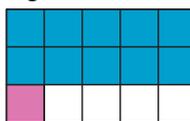
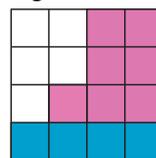


Figure 3



32 Effectue les calculs suivants et donne le résultat sous forme simplifiée.

a. $\frac{7}{9} + \frac{5}{9}$

d. $\frac{9}{11} + \frac{7}{11}$

b. $\frac{19}{8} - \frac{15}{8}$

e. $\frac{7}{18} + \frac{11}{18}$

c. $\frac{5}{12} + \frac{13}{12}$

f. $\frac{27}{13} - \frac{1}{13}$

33 Ajoute ou soustrais.

a. $\frac{7,3}{7} + \frac{2,7}{7}$

d. $\frac{8,1}{22} - \frac{2,1}{22}$

b. $\frac{12}{4,1} + \frac{6}{4,1}$

e. $\frac{19}{0,8} - \frac{12}{0,8}$

c. $\frac{8,1}{3,05} + \frac{1}{3,05}$

f. $\frac{7,3}{5,5} - \frac{0,3}{5,5}$

34 Jimmy a mangé $\frac{1}{4}$ d'un gâteau.

Élise a mangé $\frac{3}{8}$ du même gâteau.

a. Quelle part du gâteau ont-ils mangée à eux deux ?

b. Quelle part du gâteau reste-t-il ?

35 Effectue les calculs suivants et simplifie si possible.

a. $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$

c. $\frac{13}{14} + \frac{5}{7}$

b. $\frac{5}{6} + \frac{5}{12}$

d. $\frac{3}{4} + \frac{5}{24}$

36 Recopie et complète.

$$\begin{array}{ll} \text{a. } \frac{9}{7} + \frac{\dots}{\dots} = \frac{17}{7} & \text{d. } \frac{9}{7} - \frac{\dots}{\dots} = \frac{1}{7} \\ \text{b. } \frac{\dots}{\dots} + \frac{3}{5} = \frac{23}{15} & \text{e. } \frac{5}{8} - \frac{\dots}{\dots} = \frac{3}{40} \\ \text{c. } \frac{3}{4} + \frac{\dots}{\dots} = \frac{23}{24} & \text{f. } \frac{14}{4} \dots \frac{5}{2} = 1 \end{array}$$

37 **Dénominateurs positifs**

Calcule en réécrivant dans chaque cas les fractions avec le même dénominateur positif.

$$\begin{array}{ll} \text{a. } \frac{8}{-5} + \frac{7}{5} & \text{c. } \frac{5}{6} - \frac{7}{-6} \\ \text{b. } \frac{-4}{-15} + \frac{1}{-15} & \text{d. } \frac{-9}{17} + \frac{1}{-17} \end{array}$$

38 Effectue les calculs suivants en détaillant les étapes et simplifie si possible.

$$\begin{array}{ll} \text{a. } \frac{5}{6} + \frac{-1}{3} & \text{i. } \frac{-7}{50} + \frac{2}{75} \\ \text{b. } \frac{7}{9} - \frac{1}{-27} & \text{j. } \frac{1}{5} + \frac{-2}{3} \\ \text{c. } \frac{-8}{5} + \frac{23}{50} & \text{k. } \frac{1}{12} - \frac{1}{9} \\ \text{d. } \frac{45}{15} - \frac{7}{3} & \text{l. } \frac{4}{18} + \frac{5}{27} \\ \text{e. } \frac{4}{11} + 2 & \text{m. } \frac{17}{-24} + \left(-\frac{5}{36}\right) \\ \text{f. } \frac{8}{-91} + \frac{-1}{7} & \text{n. } \frac{3}{16} - \frac{-1}{12} \\ \text{g. } \frac{5}{2} - \frac{-45}{4} + \frac{2}{8} & \text{o. } \frac{8}{-17} - \left(-\frac{1}{15}\right) \\ \text{h. } 4 - \frac{5}{-49} + \left(-\frac{8}{7}\right) & \end{array}$$

39 Effectue les calculs suivants en détaillant les étapes et donne les résultats sous la forme de fractions irréductibles.

$$\begin{array}{ll} \text{a. } \frac{42}{75} - \left(-\frac{22}{30}\right) & \text{d. } -\frac{14}{27} + \frac{-5}{108} \\ \text{b. } \frac{85}{4} + \frac{25}{-5} & \text{e. } \frac{9}{-55} - \frac{-7}{44} \\ \text{c. } \frac{-12}{25} - 8 & \text{f. } \frac{-9}{-18} - \frac{5}{30} + \left(-\frac{9}{6}\right) \end{array}$$

Multiplier

40 Calcule et donne le résultat sous forme fractionnaire en simplifiant si c'est possible.

$$\begin{array}{ll} \text{A} = \frac{7}{5} \times \frac{3}{4} & \text{F} = \frac{0,7}{6} \times \frac{1}{4} \\ \text{B} = \frac{4}{3} \times \frac{7}{4} & \text{G} = \frac{1,7}{0,5} \times \frac{1,3}{2,5} \\ \text{C} = \frac{1}{5} \times \frac{8}{7} & \text{H} = \frac{1,4}{3} \times \frac{0,9}{28} \\ \text{D} = 5 \times \frac{7}{2} & \text{I} = \frac{2,8}{7} \times 21 \\ \text{E} = \frac{42}{5} \times 10 & \text{H} = \frac{7,2}{4} \times \frac{1,6}{3,6} \end{array}$$

41 Simplifie puis calcule les produits.

$$\begin{array}{ll} \text{a. } \frac{45}{14} \times \frac{49}{60} & \text{f. } \frac{12,4}{6} \times 8 \\ \text{b. } \frac{5}{3} \times \frac{4}{5} & \text{g. } \frac{2,5}{3} \times \frac{3}{0,5} \\ \text{c. } \frac{45}{26} \times \frac{65}{72} & \text{h. } 5,6 \times \frac{9}{0,7} \\ \text{d. } 2 \times \frac{9}{6} & \text{i. } 0,55 \times \frac{2}{11} \\ \text{e. } \frac{7}{6} \times \frac{6}{7} & \text{j. } \frac{25}{27} \times \frac{6}{15} \end{array}$$

42 Simplifie lorsque c'est possible puis calcule les produits.

$$\begin{array}{ll} \text{a. } \frac{2}{3} \times \frac{3}{7} \times \frac{5}{11} & \text{f. } 6 \times \frac{1}{88} \times \frac{11}{12} \\ \text{b. } \frac{3}{5} \times \frac{13}{7} \times \frac{5}{2} & \text{g. } \frac{5,5}{3} \times \frac{9}{7,7} \\ \text{c. } \frac{3}{2} \times \frac{2}{5} \times \frac{3}{11} & \text{h. } 6 \times \frac{2,8}{3} \times \frac{5}{0,7} \\ \text{d. } \frac{6}{5} \times \frac{1}{14} \times \frac{7}{3} & \text{i. } 0,6 \times \frac{2}{3,6} \\ \text{e. } \frac{45}{6} \times \frac{1}{9} \times \frac{18}{7} & \text{j. } \frac{17}{12,5} \times \frac{2,5}{1,7} \end{array}$$

43 Recopie et complète les égalités.

$$\begin{array}{ll} \text{a. } \frac{7}{3} \times \frac{\dots}{\dots} = \frac{28}{15} & \text{c. } \frac{7}{2} \times \frac{\dots}{\dots} = \frac{3}{10} \\ \text{b. } \frac{11}{17} \times \frac{\dots}{\dots} = 1 & \text{d. } \frac{1,5}{2} \times \frac{\dots}{\dots} = \frac{9}{20} \end{array}$$

44 Effectue les produits.

a. $\frac{3}{2} \times \frac{5}{7}$

e. $\frac{8}{17} \times \frac{5}{-3}$

b. $\frac{-4}{11} \times \frac{1}{-3}$

f. $-\frac{13}{5} \times \left(-\frac{2}{11}\right)$

c. $3 \times \frac{-7}{5}$

g. $\left(-\frac{7}{15}\right) \times (-8) \times \frac{2}{3}$

d. $\frac{5}{-4} \times \frac{5}{-2}$

h. $\frac{-1}{2} \times \frac{5}{-4} \times \frac{-3}{2}$

45 Simplifie, si possible, les fractions suivantes.

a. $\frac{-5 \times 2}{2 \times 7}$

d. $\frac{8 \times (-3) \times 7 \times 5}{3 \times 5 \times 8 \times 7}$

b. $\frac{-5 + 2}{7 + 2}$

e. $\frac{-5 \times 8}{2 \times (-7)}$

c. $\frac{4 \times (-11)}{4 \times (-11) \times 3}$

f. $\frac{5 \times (-9) \times 2}{-7 \times 10 \times (-1)}$

46 Calcule en simplifiant.

a. $\frac{8}{5} \times \frac{5}{7}$

d. $\frac{5}{-7} \times \left(-\frac{7}{5}\right)$

b. $\frac{-3}{10} \times \frac{-11}{3}$

e. $-15 \times \frac{2}{15}$

c. $\frac{-2}{3} \times \frac{-5}{2} \times \frac{3}{-7}$

f. $\left(-\frac{8}{3}\right) \times \left(-\frac{1}{5}\right) \times 3$

47 Calcule les produits suivants en simplifiant, puis donne les résultats sous forme de fractions irréductibles.

a. $\frac{-7}{25} \times \frac{-5}{8}$

e. $\frac{21}{32} \times \frac{108}{49}$

b. $\frac{18}{-49} \times \frac{14}{27}$

f. $-26 \times \frac{-5}{39}$

c. $\frac{45}{28} \times \frac{7}{-15}$

g. $\frac{8}{5} \times \frac{-5}{21} \times \left(-\frac{9}{16}\right)$

d. $\frac{-2}{6} \times \left(-\frac{21}{11}\right)$

h. $\frac{56}{-5} \times \frac{30}{21} \times \frac{7}{10}$

48 Calcule mentalement.

a. le double de $\frac{-7}{15}$;

b. les cinq septièmes des six cinquièmes de l'unité ;

c. les $\frac{7}{10}$ de $\frac{9}{10}$.

Diviser les quotients

49 Inverses

Recopie et complète les égalités suivantes et écris, dans chaque cas, trois phrases utilisant le mot « inverse(s) ».

a. $4 \times \frac{1}{\dots} = 1$

e. $\frac{3}{4} \times \frac{\dots}{\dots} = 1$

b. $\dots \times 0,25 = 1$

f. $\frac{\dots}{-25} \times \frac{\dots}{7} = 1$

c. $\frac{1}{\dots} \times (-3) = 1$

g. $\dots \times \left(-\frac{8}{5}\right) = 1$

d. $\dots \times \left(-\frac{1}{15}\right) = 1$

h. $-0,01 \times \dots = 1$

50 Ne pas confondre !

a. Recopie et complète les égalités.

$\left(\frac{9}{-14}\right) \times \dots = 1$ et $\left(\frac{9}{-14}\right) + \dots = 0$.

b. Trouve deux nombres qui sont leur propre inverse. Trouve un nombre qui est son propre opposé.

c. Tous les nombres ont-ils un inverse ? Un opposé ?

d. Quel est l'opposé de l'inverse de 4 ? Quel est l'inverse de l'opposé de 4 ?

51 Notations x^{-1} et $\frac{1}{x}$

a. Que désignent les notations ci-dessus ?

b. Recopie et complète le tableau ci-dessous avec des écritures fractionnaires.

x	7	$\frac{-3}{5}$	$-\frac{8}{9}$	-0,6	1,25
x^{-1} ou $\frac{1}{x}$					

c. Détermine l'inverse de l'inverse de chaque nombre. Que remarques-tu ?

52 Mentalement

a. Effectue mentalement les calculs.

$16 \div 2$; $100 \times 0,25$; $16 \times 0,5$; $100 \div 4$.

b. Justifie les résultats égaux avec la règle de division.

53 Écris les quotients suivants en utilisant le symbole \div puis effectue le calcul.

$$A = \frac{2}{\frac{3}{5}} ; B = \frac{2}{\frac{3}{5}} ; C = \frac{2}{\frac{3}{11}}$$

54 Applique dans chaque cas la règle de division puis effectue les calculs.

a. $\frac{2}{3} \div 5$

g. $\frac{8}{-15} \div \frac{-4}{5}$

b. $\frac{-5}{7} \div (-4)$

h. $\frac{9}{10} \div (-3)$

c. $\frac{5}{6} \div \frac{7}{-11}$

i. $\frac{-4}{45} \div \frac{16}{15}$

d. $8 \div \frac{1}{8}$

j. $\frac{-5}{6} \div \left(-\frac{15}{18}\right)$

e. $\frac{-3}{2} \div \frac{-5}{7}$

k. $12 \div \frac{3}{-4}$

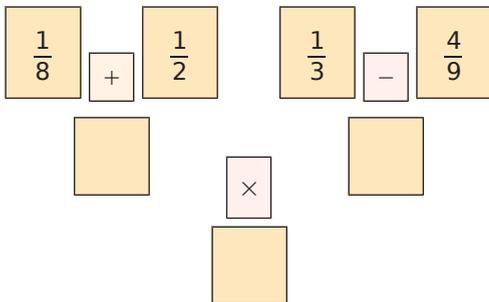
f. $\frac{1}{10} \div \left(-\frac{7}{9}\right)$

l. $1 \div \left(-\frac{7}{4}\right)$

Calculs divers

55 Calculs en série

a. Recopie et complète le diagramme suivant.



b. Écris, sur une seule ligne, l'expression mathématique correspondant à ce calcul.

56 Histoire d'heures

- a. Exprime la durée 43 min sous forme d'une fraction d'heure avec 60 pour dénominateur.
 b. Procède de la même façon pour 1 h 12 min et 2 h 05 min.
 c. Additionne les trois fractions ainsi obtenues.

57 Traduis chaque phrase par une expression mathématique puis calcule-la.

- a. la moitié d'un tiers ;
 b. le triple d'un tiers ;
 c. le tiers de la moitié ;
 d. le dixième d'un demi ;
 e. le quart du quart du quart.

58 Calcule et donne le résultat le plus simplifié possible.

$$A = \frac{2}{3} - \frac{7}{3} \times \frac{8}{21}$$

$$D = \frac{3}{7} - \frac{15}{7} \div \frac{5}{24}$$

$$B = \left(\frac{3}{4} - \frac{5}{6}\right) \times \frac{3}{2}$$

$$E = \left(\frac{11}{7} - \frac{2}{5}\right) \times \frac{24}{7}$$

$$C = 11 \div \left(\frac{2}{3} - \frac{5}{2}\right)$$

$$F = \frac{25}{15} \times \left(\frac{1}{18} + \frac{1}{24}\right)$$

59 Calcule en détaillant les étapes et donne le résultat sous la forme d'une fraction irréductible ou d'un nombre décimal.

$$A = \frac{24 \times 9 \times 72 \times 121}{36 \times 33 \times 64}$$

$$D = \frac{81}{63} \div \left(4 - \frac{2}{14}\right)$$

$$B = 56 \times \frac{15}{128} - \frac{1}{18}$$

$$E = \frac{56}{15} \times \frac{\frac{5}{6} - \frac{4}{2}}{\frac{1}{2} + \frac{2}{3}}$$

$$C = \left(\frac{24}{15} + \frac{35}{25}\right) \times \frac{20}{33}$$

$$F = 3 + \frac{2}{15} \times \left(5 \times \frac{23}{25} - \frac{12}{49} \div \frac{9}{14}\right) \div \frac{1}{70}$$

60 Calcule puis simplifie au maximum le résultat.

$$E = \frac{3 - \frac{7}{5}}{1 - \frac{9}{10}}$$

$$F = \frac{7}{-8} + \frac{5}{4} - 1$$

61 Calcule et simplifie au maximum le résultat.

$$A = \frac{\frac{3}{2} - \frac{1}{3}}{\frac{3}{4} + \frac{2}{3}}$$

$$C = -\frac{3}{14} - \frac{3}{\frac{7}{5}} + 2$$

$$B = 2 + \frac{\frac{2}{7}}{\frac{5}{14}}$$

$$D = \frac{7}{5} + \frac{\frac{8}{15}}{\frac{2}{3}} - \frac{19}{2}$$

En lien avec d'autres disciplines

1 En géographie

Actuellement, 1,5 milliard d'êtres humains n'ont pas accès à l'eau potable et 2,6 milliards n'ont pas droit à un réseau d'assainissement des eaux usées (toilettes, égouts, ...).

Si l'on considère que la planète compte 6,6 milliards d'individus, donne :

- La proportion d'êtres humains qui n'ont pas accès à l'eau potable ;
- La proportion d'êtres humains qui ne disposent pas d'un réseau d'assainissement. (Tu écriras chaque proportion à l'aide d'une fraction la plus simple possible.)

2 En éducation civique

Lors d'une élection avec 5 autres candidats, Michel a obtenu 35 % des voix, tandis qu'Irina a obtenu 70 voix. Peut-on savoir lequel des deux a obtenu le meilleur score ?

3 En éducation civique

Lors d'une élection, les deux candidats ont obtenu respectivement : 40 % des voix exprimées pour Aziz et 20 voix pour Bertrand. Peut-on savoir lequel des deux a obtenu le meilleur score ?

4 En éducation civique

Dans les parkings, la loi exige que, sur 50 places, au moins une soit réservée aux personnes handicapées.

Un parking de 600 places contient 10 places pour handicapés.

- Traduis cet énoncé à l'aide de deux fractions puis compare-les.
- Le gérant du parking respecte-t-il la loi ?

5 En chimie

On vide le tiers d'un litre de sirop de menthe et on remplace ce tiers par de l'eau. On vide ensuite les trois quarts de ce mélange.

Quelle quantité de pur sirop de menthe reste-t-il dans la bouteille ?

Exprime celle-ci en fraction de litre.

6 En économie

Un primeur a vendu les $\frac{2}{3}$ de ses salades le matin et les $\frac{7}{8}$ du reste l'après-midi.

- Quelle fraction de ses salades lui reste-t-il à midi ?
- Quelle fraction de ses salades le primeur a-t-il vendue l'après-midi ?

7 En français

Voici un extrait de MARIUS, une œuvre de Marcel Pagnol (Acte II) :

César : « ...Eh bien, pour la dixième fois, je vais t'expliquer, le picon-citron-curaçao. Approche-toi ! Tu mets d'abord un tiers de curaçao. Fais attention : un tout petit tiers. Bon. Maintenant, un tiers de citron. Un peu plus gros. Bon. Ensuite, un bon tiers de Picon. Regarde la couleur. Regarde comme c'est joli. Et à la fin un grand tiers d'eau. Voilà.

Marius : - Et ça fait quatre tiers.

César : - Exactement. J'espère que cette fois, tu as compris.

Marius : - Dans un verre, il n'y a que trois tiers.

César : - Mais imbécile, ça dépend de la grosseur des tiers !...

Marius : - Eh non, ça ne dépend pas. Même dans un arrosoir, on ne peut mettre que trois tiers.

César (trionphal) : - Alors, explique-moi comment j'en ai mis quatre dans ce verre. »

- Que penses-tu de cette scène ? Comment expliques-tu la réaction de Marius ?
- Pourquoi est-il indiqué « César (trionphal) » à la fin du texte ?

8 En électricité

a. Effectue le calcul et donne le résultat sous forme d'une fraction irréductible :

$$A = \frac{1}{9} + \frac{1}{12}.$$

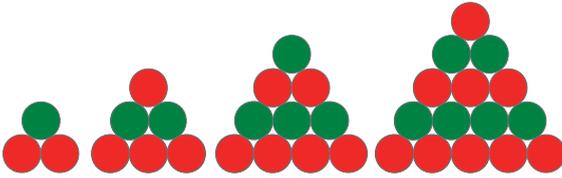
b. En électricité, pour calculer des valeurs de résistances, on utilise la formule :

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}.$$

Sachant que $R_1 = 9$ ohms et que $R_2 = 12$ ohms, déterminer la valeur exacte de R .

Problèmes

9 On considère ces pyramides.



a. Exprime la proportion de boules vertes dans chaque pyramide puis simplifie chaque fraction.

b. Construis les quatre pyramides qui prolongent cette série puis reprends la question **a.** pour chacune d'elles.

c. Dans quels cas les proportions de boules vertes sont-elles égales ?

10 Encadrement

a. On considère le nombre $\frac{56}{21}$. Effectue la division euclidienne de 56 par 21 et déduis-en un encadrement du nombre par deux nombres entiers consécutifs.

b. Encadre $\frac{-89}{15}$ puis $\frac{47}{59}$ par deux nombres entiers consécutifs.

c. Encadre respectivement $\frac{-47}{25}$ et $\frac{13}{-4}$ par deux nombres entiers consécutifs et déduis-en la comparaison de ces deux nombres.

Peux-tu appliquer la même méthode pour comparer $\frac{25}{3}$ et $\frac{90}{11}$?

11 Multiple commun

a. Quels sont les dix premiers multiples de 12 ? Ceux de 18 ? Déduis-en le plus petit multiple non nul commun à 12 et 18, puis un dénominateur commun positif pour les fractions $\frac{-7}{12}$ et $\frac{-11}{18}$.

Compare alors ces deux nombres.

b. La méthode précédente permet-elle de trouver rapidement un dénominateur commun aux nombres : $\frac{8}{11}$ et $\frac{10}{13}$?

Comment en trouver un alors rapidement ? Compare ces deux nombres.

12 Calcule et donne le résultat sous la forme d'une fraction la plus simple possible.

$$A = 5 \times \frac{2}{3} - \frac{1}{3}$$

$$B = \frac{7}{4} - \frac{3}{4} \times \frac{3}{2}$$

$$C = \left(\frac{5}{6} + \frac{7}{12} \right) \times \frac{3}{5}$$

$$D = \frac{3}{4} \times \frac{2}{9} + \frac{28}{15} \times \frac{25}{14}$$

13 Effectue les calculs en respectant les priorités opératoires.

$$A = \frac{1}{5} \times \frac{-4}{3} + \frac{7}{2} \quad B = \left(\frac{3}{2} + \frac{3}{5} \right) \left(\frac{5}{4} - \frac{4}{3} \right)$$

$$C = \frac{13}{7} + \left(-\frac{8}{7} \right) \times \left(-\frac{5}{4} \right) \quad D = \frac{7}{3} + \frac{3}{2} \times \frac{-10}{21}$$

14 Parenthèses et fractions

a. Calcule de deux manières différentes les expressions.

$$A = -2 \left(\frac{3}{4} + \frac{2}{5} \right) + \frac{3}{2}$$

$$B = 4 \left(\frac{3}{4} - \frac{-1}{2} \right) - \left(\frac{1}{2} + \frac{5}{-6} \right)$$

b. Donne l'arrondi au centième puis la troncature au centième de chaque résultat.

15 Extrait du Brevet

a. Soit $A = \frac{8}{3} - \frac{5}{3} \div \frac{20}{21}$. Calcule A en détaillant les étapes du calcul et écrire le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

b. Effectuer le calcul suivant. Le résultat sera donné sous la forme d'un entier.

$$B = \left(2 + \frac{2}{3} \right) \div \left(\frac{4}{5} - \frac{2}{3} \right).$$

Je résous des problèmes

16 Après avoir fait un footing, j'ai bu tout le contenu d'une petite bouteille d'eau d'un demi litre. J'ai ensuite bu le quart du contenu d'une bouteille de $\frac{3}{4}$ L. Quelle quantité d'eau ai-je bue en tout ?

17 Lilou et Paolo doivent répondre au problème suivant : « Manu voudrait une tablette pour son anniversaire. Le modèle qu'il souhaite acquérir coûte 255€. Papi Jean lui donne un cinquième du prix. Ses parents lui donnent les trois quarts du reste. Combien manque-t-il encore à Manu ? »

Voici le brouillon de Lilou :

$$\frac{1}{5} \times 255 = 51 \qquad 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$$

$$\frac{4}{5} - \frac{3}{4} = \dots$$

- a. Explique à quoi correspondent les deux premiers calculs.
b. Pourquoi Lilou n'a-t-elle pas fini le dernier calcul ?

Voici le brouillon de Paolo :



- c. Légende son schéma.
d. Rédige la réponse à ce problème.

18 Un fleuriste a vendu les $\frac{3}{5}$ de ses bouquets le matin et les $\frac{3}{10}$ du reste l'après-midi.

- a. Quelle fraction des bouquets lui reste-t-il en fin de journée ?
b. Sachant qu'il lui reste 7 bouquets en fin de journée, quel était le nombre initial de bouquets ?

19 Trois frères veulent acheter un jeu vidéo. Le premier possède les $\frac{3}{5}$ du prix de ce jeu vidéo, le deuxième en possède les $\frac{4}{15}$ et le troisième $\frac{1}{3}$. Ils souhaitent l'acheter ensemble.

- a. Ont-ils assez d'argent pour acheter ensemble ce jeu vidéo ?
b. Peuvent-ils acheter un second jeu vidéo de même prix ?

20 Quatre amis font un voyage en trois jours. Le premier jour, ils parcourent 40 % du trajet total ; le deuxième jour, un quart et le dernier jour, $\frac{7}{20}$ du trajet total.

Quel jour ont-ils parcouru la plus grande distance ?

Peux-tu calculer la distance parcourue chaque jour ?

21 Héritage

Après de longues négociations, il a été convenu que Léa héritera de deux quinzièmes de la fortune de son oncle du bout du monde ; Florian, d'un neuvième de cette fortune ; Jean et Justine se partageront équitablement le reste.

Quelles seront les parts respectives de Jean et Justine ?

22 ABC est un triangle isocèle en A tel que $AB = \frac{5}{7} BC$. Quelle fraction de BC son périmètre représente-t-il ?

23 Un champ rectangulaire a les dimensions suivantes : un demi hectomètre et cinq tiers d'hectomètre. Quelle est son aire ? (Attention à l'unité !)

La longueur et la largeur d'un rectangle ont été multipliées respectivement par $\frac{7}{5}$ et $\frac{2}{3}$.

- a. Par quel nombre l'aire du rectangle initial a-t-elle été multipliée (tu donneras le résultat sous la forme d'une fraction) ?
b. Par quelle fraction le périmètre du rectangle initial a-t-il été multiplié, sachant que sa longueur mesure 7 cm et sa largeur mesure 4 cm ?

24 Voici un programme de calcul :

Choisis un nombre.

Multiplie-le par $\frac{3}{4}$.

Ajoute $\frac{5}{8}$ au résultat obtenu.

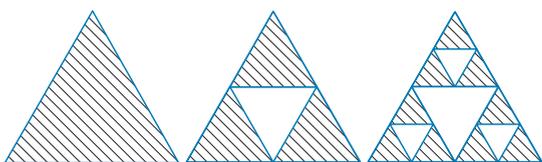
Quel nombre obtient-on en prenant :

- a. 5 comme nombre de départ ?
b. $\frac{7}{8}$ comme nombre de départ ?

25 Triangle de Sierpinski

Étapes de construction :

- **Étape 1** : On construit un triangle équilatéral qu'on prend pour unité d'aire.
- **Étape 2** : On trace les trois segments joignant les milieux des côtés du triangle et on enlève le petit triangle central. Il reste trois petits triangles qui se touchent par leurs sommets dont les longueurs des côtés sont la moitié de celles du triangle de départ.
- **Étape 3** : On répète la deuxième étape avec chacun des petits triangles obtenus.
- **Étapes suivantes** : On répète le processus.



- Construis les triangles obtenus aux étapes 3 et 4 (on prendra 8 cm de côté pour le triangle équilatéral de départ).
- Détermine quelle fraction d'aire représente la partie hachurée, obtenue aux étapes 1, 2 et 3 ?
- Même question pour l'étape 4, de deux façons différentes : en regardant le schéma puis en faisant un calcul.

d. Sans construire le triangle, indique quelle fraction d'aire la partie hachurée représente à l'étape 5.

e. Et pour l'étape 8 ?

26 Fléchettes harmoniques

Une cible est constituée de deux zones : l'une est gagnante (G) et l'autre perdante (P). Une partie est constituée de trois jets consécutifs de fléchettes. En début de partie, un joueur possède 24 points puis, après chaque jet, il multiplie ces points par :

	1 ^{er} jet	2 ^e jet	3 ^e jet
Gagnante (G)	× 2	× 3	× 4
Perdante (P)	× 1/2	× 1/3	× 1/4

Paul et Mattéo ont effectué trois jets chacun : G, P, P pour Paul et P, G, G pour Mattéo.

- Calcule le score de chacun.
- Quel score maximal peut-on atteindre à ce jeu ?
- Quel score minimal peut-on atteindre à ce jeu ?

En utilisant le numérique

27 Avec un tableur

On souhaite déterminer les dix premières décimales du quotient $\frac{9}{14}$ sans poser de division.

- Compare ce quotient à 1. Justifie.
- Quelle est la définition de $\frac{9}{14}$?
- Dans une feuille de calcul, écris dans une première colonne les nombres de 0 à 1 avec un pas de 0,1 et dans une deuxième leur produit par 14.
- Déduis-en un encadrement de ce quotient au dixième.
- Modifie les nombres de la première colonne pour déterminer un encadrement de ce quotient au centième.
- Continue jusqu'à ce que tu obtiennes les dix premières décimales de ce quotient.

28 Avec le tableur

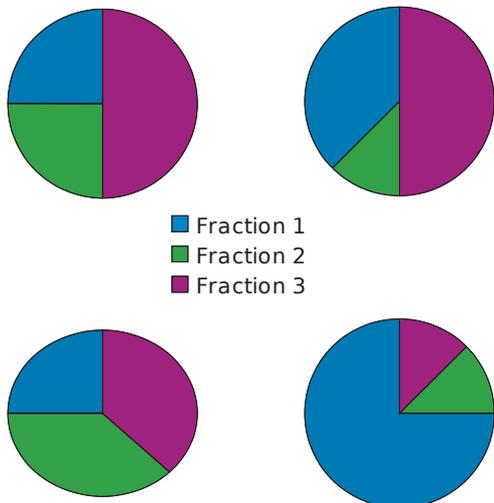
a. Dans un tableur, reproduis la feuille de tableur ci-dessous.

	A	B	C	D
1	Fraction 1	Fraction 2	Fraction 3	Total
2	1/3	1/3	1/3	

- Avant de les remplir, sélectionne les cellules A2, B2 et C2, puis effectue un clic droit. Dans « *Formater les cellules* », choisis « *Nombres* » puis « *Fraction* ».
- Dans la cellule D2, programme une formule permettant de calculer la somme des nombres en A2, B2 et C2.
- Sélectionne l'ensemble des cellules A1, B1, C1, A2, B2, C2. Dans *Insertion*, choisis *Diagramme* puis *Secteur*.

Je résous des problèmes

e. Écris de nouvelles fractions dans les cellules A2, B2 et C2 de sorte que leur somme soit égale à 1 et qu'elles correspondent aux diagrammes ci-dessous.



29 Fractions en tableur

Calcule puis donne le résultat sous forme d'une fraction la plus simple possible :

$$A = \frac{-3}{7} \times \frac{5}{2} ; \quad B = \frac{2}{3} \times \frac{9}{2}$$

$$C = \frac{2}{3} + \frac{3}{4} ; \quad D = \frac{5}{6} + \frac{3}{8}$$

Tu vas créer un modèle de fichier tableur permettant de trouver le produit de deux fractions :

	A	B	C	D	E
1	-3	*	5	=	
2	7		2		

a. Recopie les cellules ci-dessus ;
Dans la cellule E1, tapez « =A1*C1 » ;
Dans la cellule E2, tapez « =A2*C2 » ;

b. Utilise cette feuille de calcul pour vérifier le résultat du calcul B (question a.).
Que remarques-tu ?

c. Sur le même fichier, construis maintenant un outil permettant de calculer la somme de deux fractions.

4	2	+	3	=	
5	3		4		

d. Recopie les cellules ci-dessus ;

e. Que faut-il taper comme formules dans les cellules E4 et E5 ?

f. Utilise cette feuille de calcul pour vérifier le résultat du calcul D (question a.).
Que remarques-tu ?

g. Procède de la même façon pour construire sur le même fichier quatre outils permettant :

- de calculer le produit de trois fractions ;
- de calculer la différence de deux fractions ;
- de calculer la somme de trois fractions ;
- de calculer le quotient de deux fractions.

h. Construis un nouvel outil permettant de calculer la somme de deux fractions en faisant apparaître les étapes intermédiaires.

i. Refais tous les calculs avec le fichier tableur qui se trouve en complément.
Quelle est la nouveauté apportée par ce fichier par rapport au tien ?

j. Dans quels cas, les deux fichiers donnent-ils des résultats identiques ?

30 Écrire un programme qui lit deux

fractions : $\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{d}$ (4 nombres non nuls) et

répond « égales » si ces fractions sont égales et « différentes » sinon, sans utiliser la division.

31 Écrire un programme qui illustre par un

dessin, la réduction au même dénominateur de deux fractions : a/b et c/d inférieures à 1.

Exemple : Avec $2/3$ et $1/4$ On trace deux rectangles identiques. Et à chaque frappe d'une touche de clavier :

- l'un est coupé horizontalement en 3 parties égales, l'autre verticalement en 4.
- On colorie 2 parts dans le premier, 1 part dans le second.
- On redécoupe les deux rectangles dans l'autre sens, ce qui fait $3 \times 4 = 12$ cases par rectangle.
- On compte les cases coloriées.