CORRECTION DU BEVET BLANC N°2

Exercice 1 : **4.5 points**

L'épreuve d'un concours de mathématiques est divisée en trois catégories :
• « Junior » qui regroupe les classes de 5^e et 4^e
• « Intermédiaire » pour les classes de 3^e et 2^{nde}
• « Senior » avec les classes de 1^{re} et de terminale.
Cette année 25 établissements se sont inscrits. Plus de 3 000 élèves, répartis comme l'indique le tableau ci-dessous, ont participé à ce concours.

	A	B	C	D	E	F	G
1	**Catégorie**	**Junior**		**Intermédiaire**		**Sénior**	
2	**Effectif par catégorie**	1958		…876…		308	
3	**Niveau**	**5e**	**4e**	**3e**	**2nde**	**1re**	**terminale**
4	**Effectif par niveau**	989	969	638	238	172	..136……
5	**Effectif total**						.3142…
6							

1. Compléter le tableau.

Effectif pour la catégorie intermédiaire : 638 + 238 = 876 **0.5**

Effectif pour la terminale : 308 – 172 = 136 **0.5**

Effectif total : 1958 + 876 + 308 = 3142 **0.5**

2. Quel est le niveau où il y a le plus d'inscrits ?

Le niveau 5^e a le plus d'inscrits. **0.5**

3. Quelle est la catégorie ayant le moins d'inscrits ?

La catégorie Sénior a le moins d'inscrits. **0.5**

4. En moyenne, combien d'élèves par établissement ont participé ? Arrondir à l'unité.

$\frac{3142}{25} \approx 126$ **(arrondi à l'unité)** **0.5 + 0.5 arrondi**

En moyenne, environ 126 élèves ont participé par établissement.

5. Le tableau est une copie d'écran d'un tableur.

Quelle formule faut-il écrire dans la case G5 pour obtenir l'effectif total ?

La formule entrée dans la cellule G5 est : =SOMME (B4:G4) **1**

Exercice 2 : **3 points**

On a dessiné et codé trois figures géométriques. Dans chaque cas, préciser si le triangle ABC est rectangle ou non.

Une démonstration rédigée n'est pas attendue. Pour justifier, on se contentera de citer une propriété ou d'effectuer un calcul.

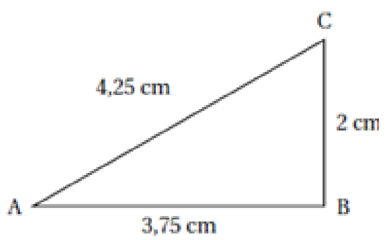
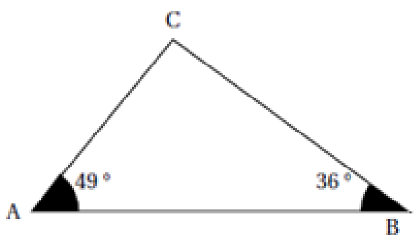
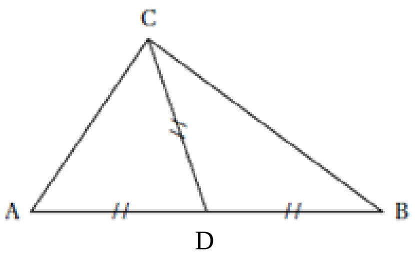
Figure 1	Figure 2	Figure 3
		 Les points A, B et D sont alignés.

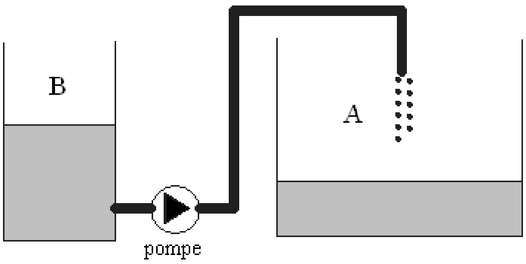
Figure 1 :
Dans le triangle ABC, le plus long côté est [AC] :
$AC^2 = 4{,}25^2 = 18{,}0625$
$AB^2 + BC^2 = 3{,}75^2 + 2^2 = 18{,}0625$ } **$AC^2 = AB^2 + BC^2$, l'égalité de Pythagore est vérifiée** **0.5 calculs**
Donc le triangle ABC est rectangle en B. **0.5 conclusion**

Figure 2 :
La somme des angles d'un triangle est égale à 180°. **0.5**
Donc $\widehat{ACB} = 180° – (49° + 36°)$
$\widehat{ACB} = 180° – 85°$
$\widehat{ACB} = 95°$
L'angle $\widehat{ACB}$ ne mesure donc pas 90°, et le triangle ABC n'est pas rectangle. **0.5**

Figure 3 :
Le point C appartient au cercle de centre D et de diamètre [AB] (A, B et D étant alignés)
Le triangle ABC est inscrit dans un cercle de diamètre un de ses côtés **1**
Donc ABC est rectangle.

Exercice 3 : **3 points**

On transfère le pétrole contenu dans un réservoir B vers un réservoir A à l'aide d'une pompe.



Après démarrage de la pompe, on constate que la hauteur de pétrole dans le réservoir A augmente de 3 cm par minute. Le réservoir A est vide au départ.

a) Compléter le tableau suivant. **0.5**

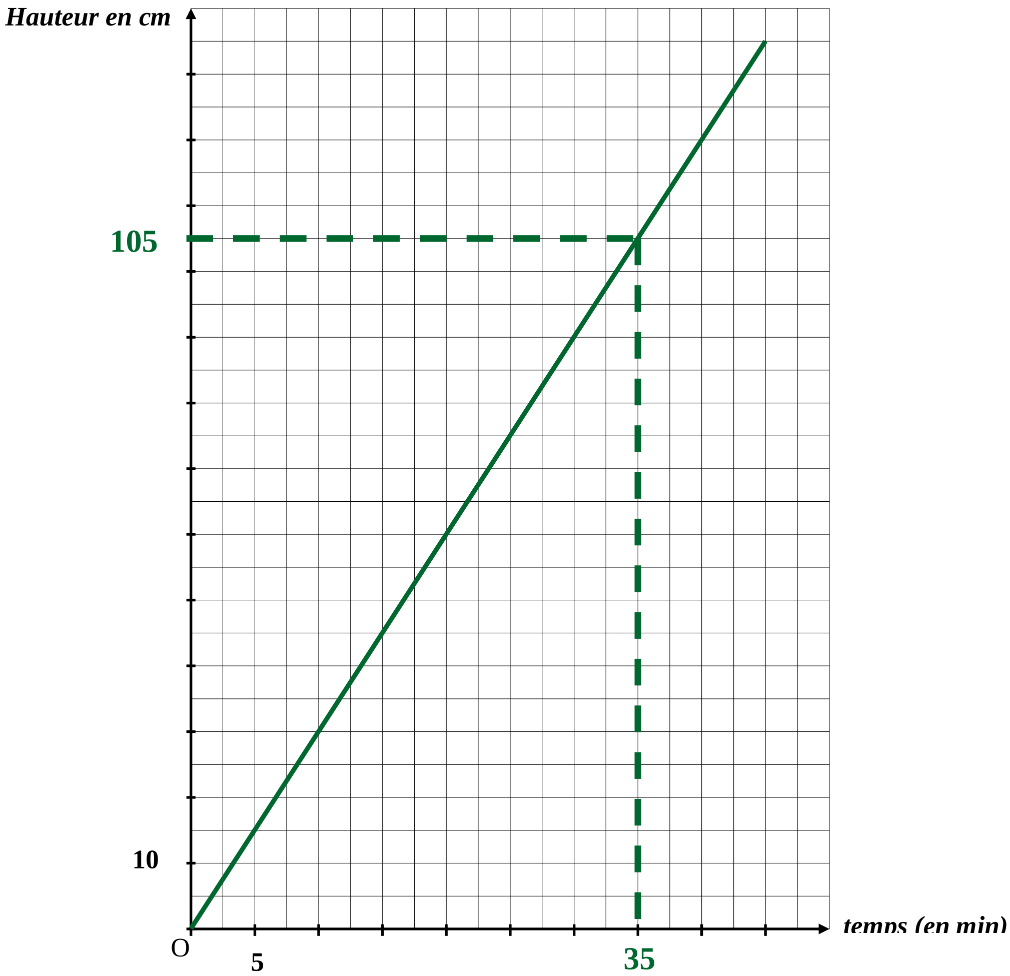
Temps (en min)	0	10	20	30	40
Hauteur de pétrole dans le réservoir A (en cm)	0	**30**	60	**90**	**120**

b) On appelle x le temps (en minutes) de fonctionnement de la pompe et $f(x)$ la hauteur du pétrole (en cm) dans le réservoir A.

Parmi les trois fonctions suivantes, laquelle correspond à la fonction f :

$x \longmapsto 2x$ $\quad x \longmapsto 3x + 20$ $\quad x \longmapsto 3x$ **0.5**

c) Représenter graphiquement la fonction f , pour x variant de 0 à 40, sur le graphique qui suit.



1

d) Déterminer graphiquement le temps nécessaire pour obtenir une hauteur de pétrole de 105 cm dans le réservoir A. *On fera apparaître les tracés sur le graphique.*

Il faut 35 minutes pour avoir une hauteur de pétrole de 105 cm. **Réponse 0.5 + 0.5 pointillés**

Exercice 4: **7 points**

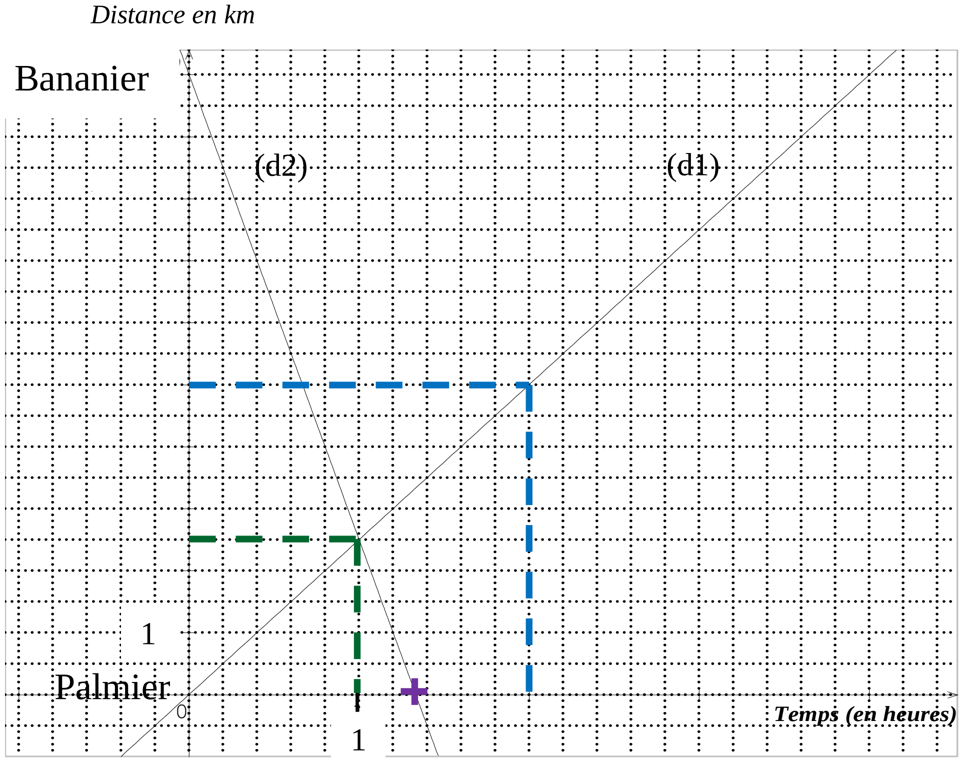
Paul et Benoît effectuent une promenade pédestre.

Deux chronométreurs officiels, l'un sur la ligne de départ (ou d'arrivée) située au pied d'un palmier et l'autre sur la ligne de départ (ou d'arrivée) située au pied d'un bananier mesurent les temps.

Paul part du palmier à l'instant 0 (instant où les chronométreurs déclenchent simultanément leurs chronomètres). Il se dirige vers le bananier en marchant à la vitesse constante de 2,5 km/h.
Au même moment, Benoît part du bananier. Il se dirige plus rapidement vers le palmier en courant à la vitesse constante de 7,5 km/h.

Les lignes de départ (ou d'arrivée) sont distantes de 10 km.

Le graphique ci-après, composé des droites (d_1) et (d_2), représente les distances parcourues, respectivement par Paul et Benoît, en fonction du temps écoulé.



1. Répondre aux questions suivantes par lectures graphiques. Vous ferez apparaître les tracés utiles pour justifier vos réponses.

   a) Combien de temps s'est-il écoulé entre le départ de Paul et de Benoît et leur rencontre ?
   Il s'est écoulé 1 heure. **0.5+0.5**

   b) Combien de temps s'est-il écoulé entre le départ de Benoît et son arrivée au pied du palmier ?
   Il s'est écoulé 1 heure et 20 min environ (entre 1h12min et 1h24min) 1h30min (0.5) 1

   c) Combien de temps s'est-il écoulé entre le départ de Paul et son passage à mi-parcours ?
   Il s'est écoulé 2 heures. **0.5+0.5**

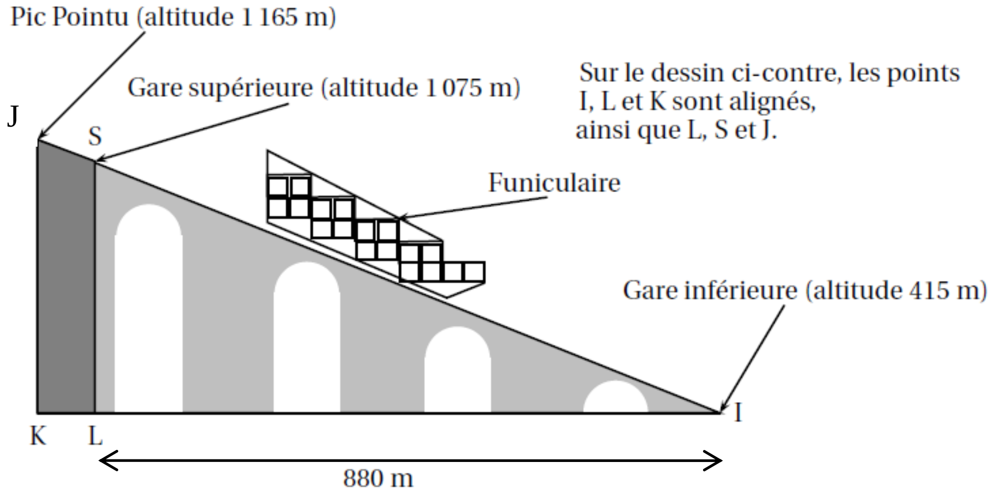
2. Déterminer la fonction f dont la représentation graphique est la droite (d_1). La fonction f est-elle linéaire ou affine ?**0.5** Pourquoi ? **0.5**
   $f : x \longmapsto 2,5x$. **1**
   La représentation graphique de la fonction *f* est une droite passant par l'origine du repère, *f* est donc une fonction linéaire.

3. Déterminer la fonction g dont la représentation graphique est la droite (d_2). La fonction g est-elle linéaire ou affine ? Pourquoi ?
   $g: x \longmapsto -7,5x + 10$ **1**
   La représentation graphique de la fonction *g* est une droite, *g* est donc une fonction affine. **1**

Exercice 5 : 7.5 points

M. Cotharbet décide de monter au Pic Pointu en prenant le funiculaire[1] entre la gare inférieure et la gare supérieure, la suite du trajet s'effectuant à pied.

([1]) Un funiculaire est une remontée mécanique équipée de véhicules circulant sur des rails en pente.



1. À l'aide des altitudes fournies sur le schéma ci-dessus, montrer que SL = 660 m et que JK = 750 m.

SL = 1075 m – 415 m = 660 m 0.5
JK = 1165 m – 415 m = 750 m 0.5

2. a. Montrer que la longueur du trajet SI entre les deux gares est 1 100 m.

Le triangle SLI est rectangle en L, donc l'égalité de Pythagore est vérifiée : 0.5 + 0.5

$$SL^2 + LI^2 = SI^2$$

C'est-à-dire $660^2 + 880^2 = SI^2$ 0.5

$$1\ 210\ 000 = SI^2$$

Donc $SI = \sqrt{1\ 210\ 000} = 1\ 100$ m

b. Calculer une valeur approchée de l'angle $\widehat{SIL}$. On arrondira à un degré près.

Dans le triangle SLI rectangle en L : 0.5

$$\tan \widehat{LIS} = \frac{SL}{LI} = \frac{660}{880}$$ 0.5

Donc $\widehat{LIS} = \tan^{-1}\left(\frac{660}{880}\right) \approx 37°$ *(arrondi au degré)* 0.5 + 0.5 arrondi

3. Le funiculaire se déplace à la vitesse moyenne constante de 10 km/h, aussi bien à la montée qu'à la descente.
Calculer la durée du trajet aller entre les deux gares. On donnera le résultat en min et s.

Le funiculaire effectue 10 000 m en 60 minutes

Il effectue 1 100 m en x minutes. 1

$$x = \frac{1100 \times 60}{10000} = 6{,}6 \text{ min} = 6 \text{ min } 36 \text{ s.}$$ Conversion 0.5

La durée du trajet aller entre les deux gares est 6 minutes et 36 secondes.

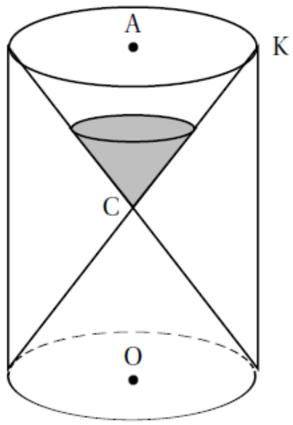
4. Entre la gare supérieure et le sommet, M. Cotharbet effectue le trajet en marchant.
Quelle distance aura-t-il parcourue à pied ?

Dans le triangle JIK, L ∈ [KI] et S ∈ [JI] de plus (SL) // (JK), d'après le théorème de Thalès 0.5

$\frac{IL}{IK} = \frac{IS}{IJ} = \frac{SL}{JK}$ donc $\frac{880}{IK} = \frac{1100}{IJ} = \frac{660}{750}$ $IJ = \frac{1100 \times 750}{660} = 1250$ m et 0.5 + 0.5

SJ = IJ – IS = 1250 – 1100 = 150 m 0.5

Exercice 6 : 4.5 points



On considère un sablier composé de deux cônes identiques de même sommet C et dont le rayon de la base est AK = 1,5 cm. Pour le protéger, il est enfermé dans un cylindre de hauteur 6 cm et de même base que les deux cônes.

1. On note V le volume du cylindre et V_1 le volume du sablier.
Tous les volumes seront exprimés en cm^3.

a. Montrer que la valeur exacte du volume V du cylindre est 13,5 .

$V = \pi \times r^2 \times h$

$V = \pi \times 1,5^2 \times 6$ 1

$V = 13,5\pi$

b. Montrer que la valeur exacte de V_1 est 4,5 .

$V_1 = 2 \times \dfrac{\pi \times 1,5^2 \times 3}{3}$ (deux cônes) 1

$V_1 = 4,5\pi$

c. Quelle fraction du volume du cylindre, le volume du sablier occupe-t-il ? (On donnera le résultat sous la forme d'une fraction irréductible)

$\dfrac{V_1}{V} = \dfrac{4,5\pi}{13,5\pi} = \dfrac{1}{3}$ Le sablier occupe donc $\dfrac{1}{3}$ du cylindre. 1

2. On a mis 12 cm^3 de sable dans le sablier.

Sachant que le sable va s'écouler d'un cône à l'autre avec un débit de 240 cm^3 /h, quel temps sera mesuré par ce sablier ? Donner la réponse en minutes.

Il s'écoule 240 cm^3 en 60 min.

Il s'écoule 12 cm^3 en x min. 1,5

$x = \dfrac{12 \times 60}{240} = 3$ min. Le sablier permet donc de mesurer 3 minutes.

Exercice 7 : 6 points

Indiquer si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses.
Rappel: toutes les réponses doivent être justifiées.

Affirmation 1 : « La vitesse moyenne d'un coureur qui parcourt 18 km en une heure est égale à celle d'une voiture télécommandée qui parcourt 5 m par seconde.»
Le coureur fait 18 000 m en 3600 s
Le coureur fait x m en 1 s. 2
$x = \dfrac{18000 \times 1}{3600} = 5$ m donc 18 km/h = 5 m/s et l'affirmation est vraie.
Affirmation 2 : « Pour tout nombre x, on a l'égalité :
$(3x - 5)^2 = (3x)^2 - 2 \times 3x \times 5 + 5^2 = 9x^2 - 30x + 25 \neq$ 2
L'affirmation est fausse.

Affirmation 3 : « Dans une série de données numériques, la médiane de la série est toujours strictement supérieure à la moyenne.»
Dans la série de données numériques suivantes :
2 ; 3 ; 100 2
La médiane vaut 3 et la moyenne vaut $\dfrac{105}{3} = 35$. La médiane est ici inférieure à la moyenne.