Correction du brevet blanc février 2013

Exercice 1 : (*4 points*)

Un sac contient 6 jetons rouges et 2 jetons jaunes. On tire au hasard un jeton, chacun des jetons ayant la même probabilité d'être tiré.

1) Calculer la probabilité de tirer un jeton rouge.

Soit R l'évènement tirer un jeton rouge : P(R) = $\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$

2) Calculer la probabilité de tirer un jeton jaune.

Soit J l'évènement tirer un jeton jaune : P(R) = $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$.

3) On ajoute dans ce sac des jetons verts. Le sac contient alors 6 jetons rouges, 2 jetons jaunes et les jetons verts. On tire un jeton au hasard.

Sachant que la probabilité de tirer un jeton vert est égale à $\frac{1}{2}$, calculer le nombre de jetons verts.

Si la probabilité de tirer un jeton vert est $\frac{1}{2}$ c'est qu'il y a autant de jetons verts que de jetons d'une autre couleur. On a donc ajouté 8 jetons verts.

Exercice 2 : (5 *points*)

Deux classes du collège ont répondu à la question suivante : « Combien d'enfants y a t-il dans votre famille ? »

Les deux classes ont donné les réponses de deux façons différentes :

Classe n°1 : 1 ; 1 ; 1 ; 1 ; 1 ; 2 ; 2 ; 2 ; 2 ; 2 ; 2 ; 2 ; 2 ; 2 ; 3 ; 3 ; 3 ; 3 ; 3 ; 4 ; 4 ; 4 ; 4 ; 5 ; 6

Classe n°2 : Effectif total : 28

Moyenne : 2,6

Etendue : 7

Médiane : 3

1) Comparer le nombre moyen d'enfants par famille dans chaque classe. Justifier votre réponse par un calcul.

Nombre moyen d'enfants dans la classe 1 : $\frac{1 \times 5 + 2 \times 9 + 3 \times 5 + 4 \times 4 + 5 + 6}{25} = \frac{65}{25} = 2,6$

Le nombre moyen d'enfants par famille est le même dans les classes 1 et 2.

2) Une « famille nombreuse » est une famille comportant 3 enfants ou plus.

Quelle classe a le plus de « familles nombreuses » ? Justifier votre réponse.

Dans la classe 1 il y a 11 familles nombreuses.
Dans la classe 2, la médiane est 3 alors que l'effectif total est 28. Il y a donc au moins 15 (14 + 1) familles qui ont trois enfants ou plus. C'est donc dans la classe 2 qu'il ya le plus de familles nombreuses.

3) Dans quelle classe se trouve l'élève qui a le plus de frères et sœurs ? Justifier votre réponse.

Dans la classe 2, l'étendue est 7. Il y a donc au moins une famille qui a 8 enfants (8 – 1) et peut–être même plus (9 – 2 …..) . C'est donc dans la classe 2 que se trouve l'élève qui a le plus de frères et sœurs.

Exercice 3 : (*3 points*)

On calcule ce qu'on appelle la masse idéale, que l'on note p.

p , exprimé en kg, est donné par la formule : $p = t - 100 - \dfrac{t-150}{4}$ où t représente la taille d'une personne exprimée en cm.

a) Calculer la masse idéale d'une personne mesurant 180 cm.

$p = 180 - 100 - \dfrac{180-150}{4} = 80 - \dfrac{30}{4} = 80 - 7{,}5 = 72{,}5$ kg.

b) Mathilde mesure 1,60 m et pèse 50 kg. A-t-elle une masse idéale ?

$160 - 100 - \dfrac{160-150}{4} = 60 - \dfrac{10}{4} = 60 - 2{,}5 = 57{,}5$ et $57{,}5 > 50$. Non Mathilde n'a pas une masse idéale.

Exercice 4 : (*3 points*)

Anatole affirme :

« Pour tout nombre entier n, l'expression $n^2 - 24n + 144$ est toujours différente de zéro. »

A-t-il raison ? Justifier votre réponse.

On reconnait la deuxième identité remarquable : $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$ avec n dans le rôle de a, et 12 dans celui de b.

$n^2 - 24n + 144$ se factorise donc en $(n-12)^2$ et $(n-12)^2 = 0$ pour $x = 12$.

Exercice 5 : (*4 points*)

Le mur ci-contre est constitué de briques de 10 cm sur 20 cm (et 10 cm de profondeur).

Il constitue le point d'appui d'une structure métallique.

Pour cela il est nécessaire d'avoir (AB) parallèle à (CD).

1) A-t-on (AB) parallèle à (CD) ?

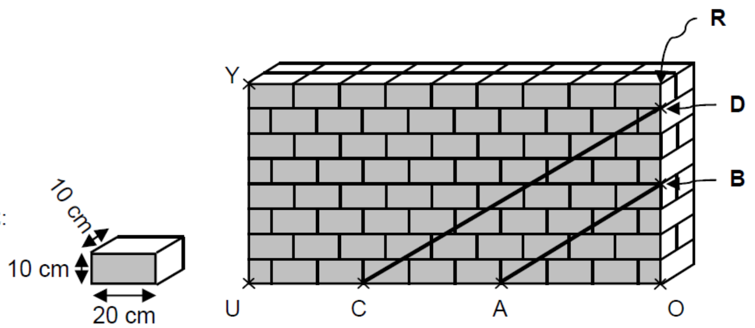
Le démontrer.

En comptant le nombre de briques on a :
OA = 70 cm OB = 40 cm

OC = 130 cm et OD = 70 cm

$\dfrac{OA}{OC} = \dfrac{70}{130} = \dfrac{7}{13}$

$\dfrac{OB}{OD} = \dfrac{4}{7}$ et comme $\dfrac{4}{7} \neq \dfrac{7}{13}$ (AB) n'est pas parallèle à (CD).



2) Combien de briques ont-été nécessaires pour construire le précédent mur ? Expliquer.

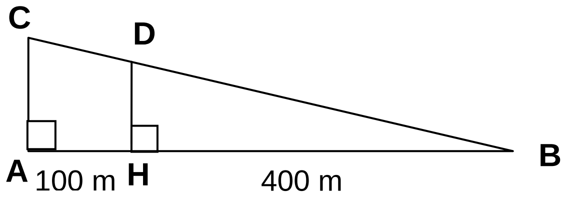
Sur la rangée du haut il y a 18 briques et sur la rangée du dessous il y a également 18 briques même si elles ne sont pas disposées de la même manière. Dans le mur il y a donc $18 \times 8 = 144$ briques.

Exercice 6 : (6 points)

Un cycliste se trouve sur un chemin [CB].

On donne :

- AH = 100 m
- HB = 400 m
- $\widehat{ABC} = 10°$



1) Calculer la mesure de l'angle $\widehat{BCA}$.

$\widehat{BCA} + \widehat{ABC} + \widehat{CAB} = 180°$ donc $\widehat{BCA} + 10 + 90 = 180$ donc $\widehat{BCA} = 180 - 100 = 80°$

2) Calculer le dénivelé AC arrondi au mètre.

Dans le triangle ABC rectangle en A : $\tan \widehat{ABC} = \dfrac{AC}{AB}$ donc $\tan 10° = \dfrac{AC}{500}$ et donc : $AC = 500 \times \tan 10° \approx 88$ m

3) Calculer la longueur BC arrondie au mètre.

Dans le triangle ABC rectangle en A : $\cos \widehat{ABC} = \dfrac{AB}{BC}$ donc : $\cos 10° = \dfrac{500}{BC}$ et donc : $BC = \dfrac{500}{\cos 10°} \approx 508$ m

4) Le cycliste est arrêté au point D sur le chemin. Calculer la distance DB arrondie au mètre qu'il lui reste à parcourir.

Dans le triangle BHD rectangle en H : $\cos \widehat{HBD} = \dfrac{BH}{BD}$ donc $\cos 10° = \dfrac{400}{BD}$ et donc $BD = \dfrac{400}{\cos 10°} \approx 406$ m.

Exercice 7: (6 *points*)

On cherche à résoudre l'équation $(4x-3)^2 - 9 = 0$.

1) Le nombre $\dfrac{3}{4}$ est-il solution de cette équation ?

$\left(4 \times \dfrac{3}{4} - 3\right)^2 - 9 = (3-3)^2 - 9 = 0 - 9 = -9$. On ne trouve pas zéro donc $\dfrac{3}{4}$ n'est pas solution de cette équation.

2) Le nombre 0 est-il solution de cette équation ?

$(4 \times 0 - 3)^2 - 9 = (-3)^2 - 9 = 9 - 9 = 0$. On trouve bien zéro donc 0 est solution de cette équation.

3) Prouver que l'expression factorisée de $(4x-3)^2 - 9$ est : $4x(4x-6)$

$(4x-3)^2 - 9$ On reconnait la troisième identité remarquable. $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ avec $(4x-3)$ dans le rôle de a, et 3 dans le rôle de b.

$(4x-3)^2 - 9 = [(4x-3)+3]\,[(4x-3)-3] = (4x-3+3)\,(4x-3-3) = 4x\,(4x-6)$

4) Déterminer les solutions de l'équation $(4x-3)^2 - 9 = 0$.

Résoudre $(4x-3)^2 - 9 = 0$ revient donc à résoudre $4x\,(4x-6) = 0$.

Ceci est une équation produit nul, et un produit de facteurs est égal à zéro si et seulement si :

$4x = 0$ ou $4x - 6 = 0$

$x = 0$ $\qquad 4x - 6 + 6 = 0 + 6$

$\dfrac{4x}{4} = \dfrac{6}{4}$

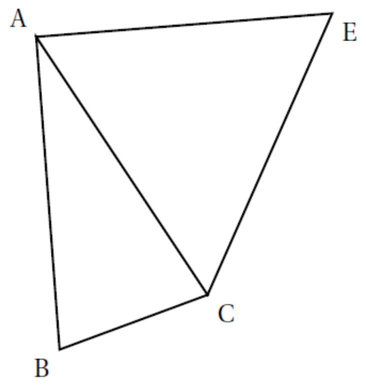
$x = \dfrac{3}{2}$

$\boxed{\text{Les solutions de cette équation sont 0 et } \dfrac{3}{2}.}$

<u>Exercice 8:</u> (5 *points*)

Dans la figure ci-dessous, le triangle ABC est un triangle isocèle en A tel que AB = 5 cm et $\widehat{ABC}$ = 75° et le triangle ACE est équilatéral.

La figure ci-dessous n'est pas en vraie grandeur.



1) Construire la figure en vraie grandeur.

2) a) Calculer la mesure de l'angle $\widehat{BAC}$.

ABC est un triangle isocèle en A, ses angles à la base sont donc égaux et la somme des angles d'un triangle est égale à 180°. Donc $\widehat{BAC} + \widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 180$ soit $\widehat{BAC} + 2 \times 75 = 180$ et donc $\widehat{BAC} = 180 - 150 = 30$ $\boxed{\widehat{BAC} = 30°}$

b) Quelle est la nature du triangle ABE ?

Calculons l'angle $\widehat{ABE}$. ACE est un triangle équilatéral donc chacun de ses angles mesure 60°.

$\widehat{BAE} = \widehat{BAC} + \widehat{CAE} = 30 + 60 = 90°$

ABE est un triangle rectangle en A. De plus AB = AC et AC = AE donc AB = AE.

ABE est un triangle rectangle et isocèle en A

3) Calculer la longueur exacte du segment [BE]. Donner la valeur arrondie au millimètre près.

Dans le triangle ABE rectangle en A on peut écrire l'égalité de Pythagore : $BE^2 = BA^2 + AE^2$

Donc $BE^2 = 5^2 + 5^2 = 25 + 25 = 50$ et donc $BE = \sqrt{50} \approx 7,1$ $\boxed{BE \approx 7,1 \text{ cm}}$