Correction du brevet blanc n°1

ACTIVITES NUMERIQUES

Exercice 1

1. Complétons le tableau :

	Matthieu	Charlotte	Anaïs	Armand	Sylvie
Nombre de lancers	20	40	**30**	15	15
Nombre de lancers réussis	12	25	15	**9**	12
Fréquence de lancers réussis en %	60	**62,5**	50	60	80

- Fréquence de lancers réussis par Charlotte :

  Charlotte a réussi 25 lancers sur 40, soit $\frac{25}{40} = 0{,}625 = \frac{62{,}5}{100} = 62{,}5\%$ de ses lancers.

- Nombre de lancers effectués par Anaïs :

  Anaïs a réussi 50% de ses lancers ce qui représente 15 lancers.
  On en déduit quelle en a tiré le double, soit 30 lancers.

- Nombre de lancers réussis par Armand :

  Armand a réussi 60% de ses 15 lancers, soit $\frac{60}{100} \times 15 = 9$ lancers.

2. a) Moyenne des fréquences des lancers réussis :

La série des fréquences est 60 - 62,5 - 50 - 60 - 80.
Cette série est constituée de 5 valeurs.
On en déduit que la moyennes des fréquences des lancers réussis est :

$$\frac{60 + 62{,}5 + 50 + 60 + 80}{5} = 62{,}5$$

b) Médiane des fréquences des lancers réussis :

La série **ordonnée** des fréquences est 50 - 60 - 60 - 62,5 - 80.
Cette série est constituée de 5 valeurs.
La médiane est par conséquent la 3^{e} valeur, c'est-à-dire 60.

c) Entourons la bonne réponse :

Si Sylvie avait réussi un lancer de plus, sa fréquence de lancers réussis aurait augmenté et serait restée la plus grande fréquence.
Par conséquent la moyenne des fréquences aurait elle aussi augmenté, mais la médiane serait inchangée.

Si Sylvie avait réussi un lancer de plus, médiane et moyenne auraient été inchangées.	Si Sylvie avait réussi un lancer de plus, médiane et moyenne auraient augmenté.	Si Sylvie avait réussi un lancer de plus, la médiane aurait augmenté et la moyenne serait inchangée.	Si Sylvie avait réussi un lancer de plus, la médiane serait inchangée et la moyenne aurait augmenté.

3. Probabilité que Matthieu et Anaïs réussissent leur lancer franc :

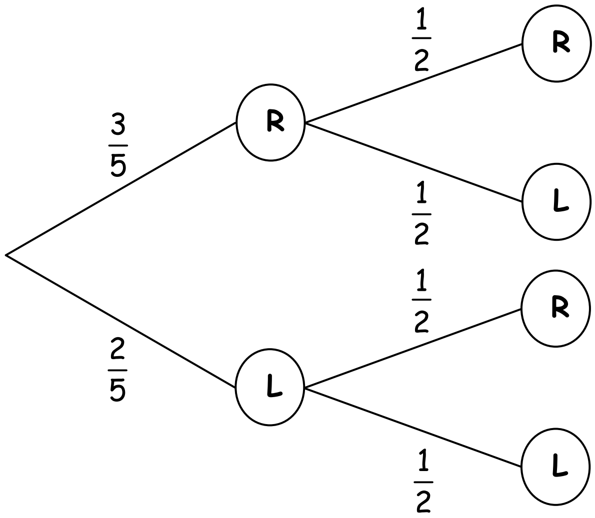
Notons R l'évènement :

« Le lancer est réussi »,

et notons L l'évènement :

« le lancer est loupé ».

La situation peut alors se traduire par l'arbre ci-contre.



On a alors : $p(\text{RR}) = \dfrac{3}{5} \times \dfrac{1}{2}$

$p(\text{RR}) = \dfrac{3}{10}$

Il y a donc 3 chances sur 10 pour que Matthieu et Anaïs réussissent tout les deux leur lancer franc.

Exercice 2

$$f(x) = 2x - x^2$$

1. Image de 3 par f :

$f(3) = 2 \times 3 - 3^2$

$f(3) = 6 - 9$

$f(3) = -3$

L'image de 3 par f est -3.

2. Calculons $f(-5)$:

$f(-5) = 2 \times (-5) - (-5)^2$

$f(-5) = -10 - 25$

$f(-5) = -35$

3. Calculons l'image de $\dfrac{5}{6}$:

$f\left(\dfrac{5}{6}\right) = 2 \times \dfrac{5}{6} - \left(\dfrac{5}{6}\right)^2$

$f\left(\dfrac{5}{6}\right) = \dfrac{10}{6} - \dfrac{25}{36}$

$f\left(\dfrac{5}{6}\right) = \dfrac{60}{36} - \dfrac{25}{36}$

$f\left(\dfrac{5}{6}\right) = \dfrac{35}{36}$

4. a) Factorisons $f(x)$:

$$f(x) = 2x - x^2$$
$$f(x) = x(2 - x)$$

b) Trouvons les antécédents de 0 par la fonction f :

Trouver les antécédents de 0 par la fonction f revient à résoudre l'équation :

$f(x) = 0$

C'est-à-dire $x(2 - x) = 0$

Donc $x = 0$ ou $2 - x = 0$

$x = 0$ ou $x = 2$

Vérifications : $f(0) = 0 \times 2 = 0$ et $f(2) = 2 \times (2 - 2) = 2 \times 0 = 0$

Conclusion : les antécédents de 0 par f sont 0 et 2.

ACTIVITES GEOMETRIQUES

Exercice 1

1. a) Nature du triangle RST :

   Le triangle RST a pour cercle circonscrit le cercle ($\mathscr{C}$) qui a pour diamètre [RS] un côté du triangle. Le triangle RST est donc rectangle en T.

   b) Calculons RT :

   Le triangle RST étant rectangle, on peut écrire l'égalité de Pythagore :

   $$RS^2 = RT^2 + TS^2$$

   C'est-à-dire $15^2 = RT^2 + 9^2$

   $$225 = RT^2 + 81$$

   Donc $RT^2 = 225 - 81 = 144$

   Donc $RT = \sqrt{144} = 12$

   RT mesure bien 12 cm.

   c) Calculons EF :

   Dans le triangle RTS :

   - E ∈ [RT] ;
   - F ∈ [RS] ;
   - Les droites (EF) et (TS) sont toutes les deux perpendiculaires à (RT) et sont donc parallèles.

   D'après le théorème de Thalès on a : $\frac{RE}{RT} = \frac{RF}{RS} = \frac{EF}{TS}$

   C'est-à-dire $\frac{7}{12} = \frac{RF}{15} = \frac{EF}{9}$

   Donc $12 \times EF = 7 \times 9$

   $$EF = \frac{7 \times 9}{12} = 5,25$$

   EF mesure 5,25 cm.

2. Montrons que les droites (AB) et (TS) sont parallèles :

   D'une part $\frac{RA}{RT} = \frac{3,6}{12} = 0,3$ et d'autre part $\frac{RB}{RS} = \frac{4,5}{15} = 0,3$

   On a $\frac{RA}{RT} = \frac{RB}{RS}$ et les points A, R, T et B, R, S sont alignés dans le même ordre.

   D'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (AB) et (TS) sont parallèles.

Exercice 2

1. <u>Calculons la longueur HB</u> :

   Dans le triangle HOB rectangle en H, $\tan \widehat{HOB} = \dfrac{HB}{HO}$.

   OH est la distance de l'immeuble à la grue et mesure donc 20,80 m.

   Donc $\tan 58° = \dfrac{HB}{20{,}80}$

   Et donc $HB = 20{,}80 \times \tan 58°$

   Donc $HB \approx 33{,}29$

   Donc HB mesure environ 33,29 mètres.

   <u>Déterminons la hauteur de la grue</u> :

   $$HB + HA \approx 33{,}29 + 10 \approx 43{,}29.$$

   La grue mesure environ 43,29 mètres de haut.

2. <u>Déterminons l'angle $\widehat{HOA}$</u> :

   Dans le triangle HOA rectangle en H, $\tan \widehat{HOA} = \dfrac{HA}{HO} = \dfrac{10}{20{,}80}$

   $\widehat{HOA} = \tan^{-1}\left(\dfrac{10}{20{,}80}\right)$

   $\widehat{HOA} \approx 26°$

PROBLEME

Partie A

1. Justifions que BC = 5 cm :

   Le triangle ABC est rectangle en A, on peut donc écrire l'égalité de Pythagore :

   $$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

   et donc $BC^2 = 3^2 + 4^2$

   $$BC^2 = 9 + 16 = 25$$

   D'où $BC = \sqrt{25} = 5$

   [BC] mesure bien 5 cm.

2. Justifions que le quadrilatère APMQ est un rectangle :

   D'après l'énoncé, (PM) et (AP) sont perpendiculaires, (MQ) et (AC) sont perpendiculaires, (AP) et (AQ) sont perpendiculaires.

   Le quadrilatère APMQ possède trois angles droits, c'est donc un rectangle.

3. Justifions que $\frac{BP}{3} = \frac{BM}{5} = \frac{PM}{4}$:

   Dans le triangle BAC :
   - $P \in [AB]$;
   - $M \in [BC]$;
   - Les droites (PM) et (AC) sont toutes les deux perpendiculaires à (AB), elles sont donc parallèles.

   D'après le théorème de Thalès, on a : $\frac{BP}{BA} = \frac{BM}{BC} = \frac{PM}{AC}$ soit $\frac{BP}{3} = \frac{BM}{5} = \frac{PM}{4}$.

Partie B

1. Calculons BP, PM et AP :

   D'après la question 3 de la partie A, $\frac{BP}{3} = \frac{BM}{5} = \frac{PM}{4}$ soit $\frac{BP}{3} = \frac{2}{5} = \frac{PM}{4}$

   D'où $BP \times 5 = 3 \times 2$

   $$BP = \frac{3 \times 2}{5} = 1{,}2$$

   [BP] mesure 1,2 cm.

   et $PM \times 5 = 4 \times 2$

   $$PM = \frac{4 \times 2}{5} = 1{,}6$$

   [PM] mesure 1,6 cm.

   On en déduit que $AP = AB - BP = 3 - 1{,}2 = 1{,}8$

   [AP] mesure 1,8 cm.

2. Calculons l'aire $\mathcal{A}_{APMQ}$ du rectangle APMQ :

   $$\mathcal{A}_{APMQ} = AP \times PM$$

   $$\mathcal{A}_{APMQ} = 1{,}8 \times 1{,}6 = 2{,}88$$

   L'aire du rectangle APMQ est 2,88 cm^2.

Partie C

1. a) Exprimons BP et PM en fonction de x :

D'après la question 3 de la partie A, $\frac{BP}{3} = \frac{BM}{5} = \frac{PM}{4}$ soit $\frac{BP}{3} = \frac{x}{5} = \frac{PM}{4}$

D'où $BP \times 5 = 3 \times x$

$BP = \frac{3 \times x}{5} = 0{,}6x$

Et $PM \times 5 = 4 \times x$

$PM = \frac{4 \times x}{5} = 0{,}8x$

b) Calculons AP en fonction de x :

$$AP = AB - BP = 3 - 0{,}6x$$

c) Valeur de x pour laquelle APMQ est un carré :

APMQ est un carré si $AP = PM$

C'est-à-dire si $3 - 0{,}6x = 0{,}8x$

Si $3 = 0{,}8x + 0{,}6x$

Si $3 = 1{,}4x$

Si $x = \frac{3}{1{,}4} = \frac{30}{14} = \frac{15}{7}$

APMQ est un carré pour $x = \frac{15}{7}$

d) Exprimons la mesure de l'aire $\mathcal{A}(x)$ du rectangle APMQ en fonction de x :

$$\mathcal{A}(x) = AP \times PM$$
$$\mathcal{A}(x) = (3 - 0{,}6x) \times 0{,}8x$$
$$\mathcal{A}(x) = 3 \times 0{,}8x - 0{,}6x \times 0{,}8x$$
$$\mathcal{A}(x) = 2{,}4x - 0{,}48x^2$$

2. Lectures graphiques :

a) Lorsque $BM = 3{,}5$ cm, l'aire du rectangle APMQ est environ $2{,}5\ cm^2$.

b) L'aire du rectangle APMQ est de $1\ cm^2$ pour $x = 0{,}5$ et pour $x = 4{,}5$.

c) L'aire de APMQ semble être maximale pour $x = 2{,}5$ et elle vaut $3\ cm^2$.