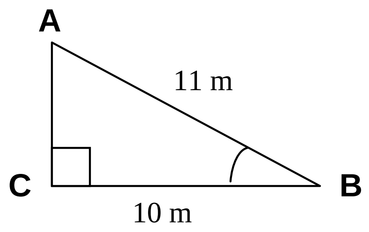
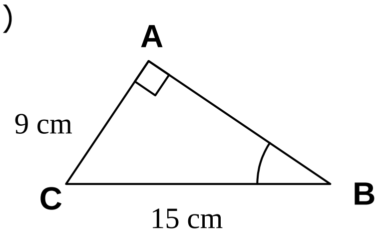
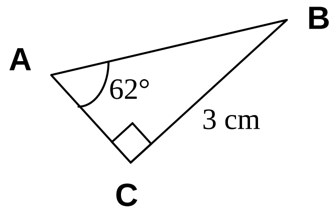
Correction du contrôle commun n°3 <u>Sujet A</u>

Exercice 1 (5 points) :

Dans chaque cas ci-dessous donnez la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$ arrondie au degré. Justifiez votre réponse.

a)  Dans le triangle ABC rectangle en C on a : $\cos \widehat{ABC} = \frac{10}{11}$ $\widehat{ABC} \approx 25°$	b)  Dans le triangle ABC rectangle en A on a : $\cos \widehat{ACB} = \frac{9}{15}$ $\widehat{ACB} \approx 53°$ et donc $\widehat{ABC} \approx 90 - 53 = 37°$	c)  $\widehat{BAC} + \widehat{ACB} + \widehat{ABC} = 180$ $62 + 90 + \widehat{ABC} = 180°$ $\widehat{ABC} = 180 - 90 - 62 = 28$ $\widehat{ABC} = 28°$

Exercice 2 (4 points) : *Répondre sur le sujet. Aucune justification n'est attendue.*

1. Ecrire les nombres suivants sous la forme 5^n où n est un entier relatif.

a) $5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^4$	b) $5^{18} \times 5^{12} = ..5^{18+12}$ $= 5^{30}$	c) $\frac{1}{5^9} = 5^{-9}$	d) $25^3 \times 5^4 = (5^2)^3 \times 5^4$ $= 5^6 \times 5^4 = 5^{10}$

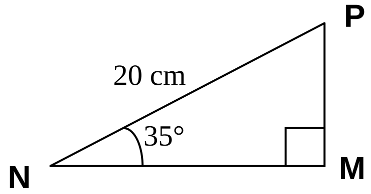
2. Ecrire les nombres suivants sous la forme 2^n où n est un entier relatif.

a) $2048 = 2^{11}$	b) $\frac{2^8}{2^{12}} = 2^{8-12} = 2^{-4}$	c) $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2^3} = 2^{-3}$	d) $8^5 = (2^3)^5 = 2^{15}$

Exercice 3 (6 points) :

Dans chaque cas ci-dessous calculez la longueur MN. Donnez une valeur approchée au dixième. Détaillez votre démarche.

a)



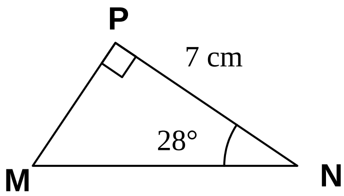
Dans le triangle MNP rectangle en M on a :

$\cos \widehat{MNP} = \dfrac{MN}{NP}$

$\cos 35° = \dfrac{MN}{20}$

MN = 20 × cos 35°
MN = 16,4 cm.

b)



Dans le triangle MNP rectangle en M on a :

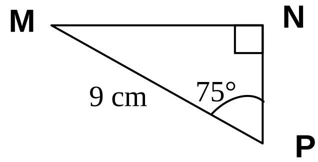
$\cos \widehat{MNP} = \dfrac{NP}{MN}$

$\cos 28° = \dfrac{7}{MN}$

$MN = \dfrac{7}{\cos 28°}$

MN = 7,9 cm

c)



$\widehat{PMN} = 180 - 90 - 75 = 15°$

Dans le triangle MNP rectangle en M on a :

$\cos \widehat{PMN} = \dfrac{MN}{MP}$

$\cos 15° = \dfrac{MN}{9}$

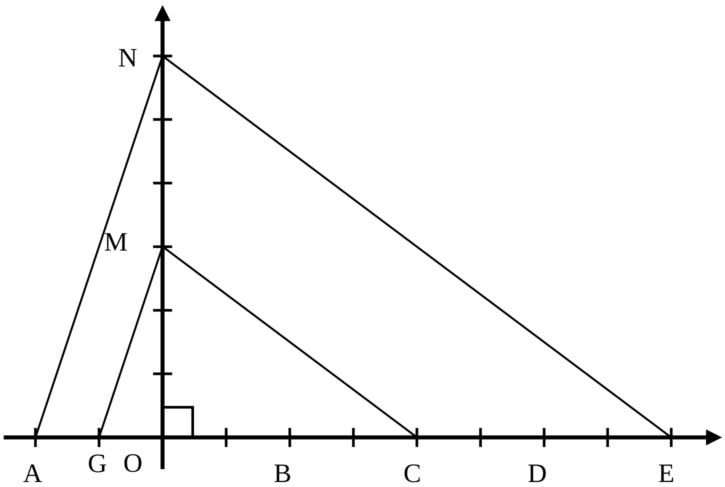
MN = 9 × cos 15°
MN = 8,7cm

Exercice 4 (3 points) :

En effectuant toutes les étapes du calcul, prouvez que le nombre A est égal à 81.

$$A = \frac{(2^3 - 5) \times 3^{13}}{(13 \times 2^2 - 7^2)^{10}} = \frac{(8 - 5) \times 3^{13}}{(13 \times 4 - 49)^{10}} = \frac{3 \times 3^{13}}{(52 - 49)^{10}} = \frac{3^{14}}{3^{10}} = 3^4 = 81$$

Exercice 5 (8 points) : ***Pour cet exercice, vous pouvez effectuer des tracés sur le graphique ci-dessous.***



On a tracé un repère orthogonal d'origine le point O. On a gradué les axes tous les centimètres.
Les points A, B, C, D et E sont des points de l'axe des abscisses qui ont pour abscisse respective −2; 2 ; 4 ; 6 et 8.
Les points M et N sont des points de l'axe des ordonnées qui ont pour ordonnée respective 3 et 6.

1. Calculez la longueur MC.
   Dans le triangle MCO rectangle en O on peut écrire l'égalité de Pythagore :
   $MC^2 = OM^2 + OC^2 = 4^2 + 3^2 = 25$
   $MC = \sqrt{25} = 5$ MC = 5 cm.

2. Prouvez que les droites (MC) et (NE) sont parallèles.
   Dans le triangle ONE, M est le milieu de [ON] et C est le milieu de [OE] donc d'après la propriété des milieux : (MC) // (NE)

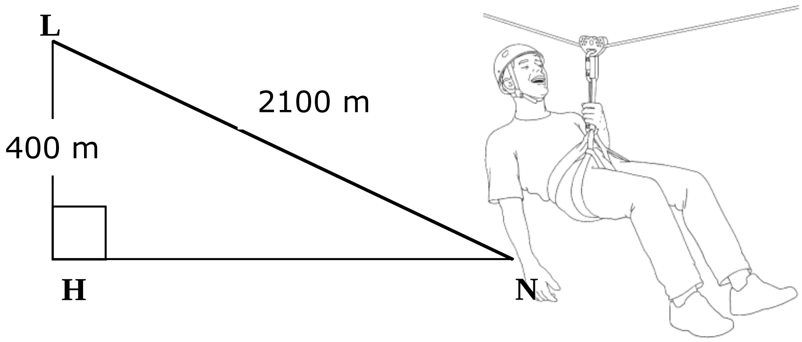
3. La parallèle à la droite (NA) passant par M coupe l'axe des abscisses au point G.
   Prouvez que G est le milieu de [OA].
   Dans le triangle ONA, M est le milieu de [ON] et (MG) // (AN) donc d'après la propriété milieu et parallèles (MG) coupe [OA] en son milieu. Donc G est le milieu de [OA].

4. Est-il vrai que le triangle AEN est isocèle ? Justifiez.
   Dans le triangle ONE, M est le milieu de [ON] et C est le milieu de [OE] donc d'après la propriété des milieux : $2 \times MC = NE$ et donc $NE = 2 \times 5 = 10$ cm.
   De plus AE = 10 cm donc AEN est isocèle en E.

Exercice 6 (3 points) : Mardi, le record du monde a été battu

Dans le cadre du 8ème forum européen de spéléologie, les organisateurs ont installé une tyrolienne de 2,1 km entre le Causse du Larzac et le Causse Noir sur un dénivelé de 400m . Le point le plus haut se trouve à une altitude de 810 m et la vitesse maximum atteinte est de 80 km/h environ.
Ce sont deux poulies qui permettent de glisser sur une corde spécialement fabriquée pour l'occasion, une corde unique de près de 2200 m d'un diamètre de 1 cm.
(*Extrait de : http://france3-regions.francetvinfo.fr)*

Dans la figure ci-contre [LN] représente la corde et elle est supposée tendue.



D'après les informations données, quel angle fait la corde avec la verticale ?
Dans le triangle LHN rectangle en H on a :

$\cos \widehat{HLN} = \frac{400}{2100}$

et donc $\widehat{HLN} \approx 79°$

Exercice 7 (2 points HB) :

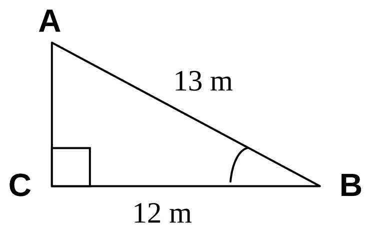
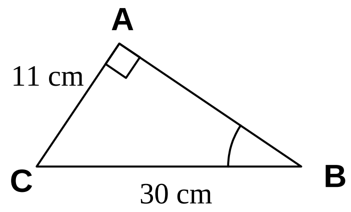
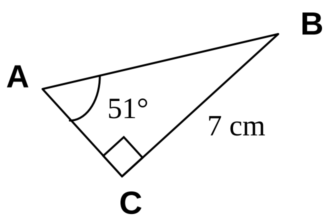
Le mécanisme d'ouverture d'un petit coffre fort est constitué de 4 cylindres. Sur chacun de ces cylindres sont inscrits les chiffres de 0 à 9. Combien de combinaisons est-il possible de former ?

On peut faire : $10^4 = 10\,000$ combinaisons.

Correction du contrôle commun n°3 <u>Sujet B</u>

Exercice 1 (5 points) :

Dans chaque cas ci-dessous donnez la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$ arrondie au degré. Justifiez votre réponse.

a)  Dans le triangle ABC rectangle en C on a : $\cos \widehat{ABC} = \frac{12}{13}$ $\widehat{ABC} \approx 23°$	b)  Dans le triangle ABC rectangle en A on a : $\cos \widehat{ACB} = \frac{11}{30}$ $\widehat{ACB} \approx 68°$ et donc $\widehat{ABC} \approx 90 - 68 = 22°$	c)  $\widehat{BAC} + \widehat{ACB} + \widehat{ABC} = 180$ $51 + 90 + \widehat{ABC} = 180°$ $\widehat{ABC} = 180 - 90 - 51 = 39$ $\widehat{ABC} = 39°$

Exercice 2 (4 points) : *Répondre sur le sujet. Aucune justification n'est attendue.*

1. Ecrire les nombres suivants sous la forme 7^n où n est un entier relatif.

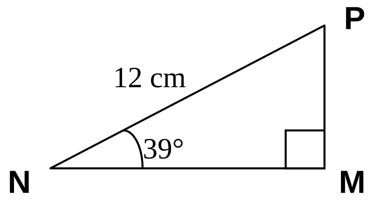
a) $7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 = 7^5$	b) $7^{12} \times 7^5 = 7^{12+5} = 7^{17}$	c) $49^3 \times 7^8 = (7^2)^3 \times 7^8 = 7^6 \times 7^8 = 7^{14}$	d) $\frac{1}{7^6} = 7^{-6}$

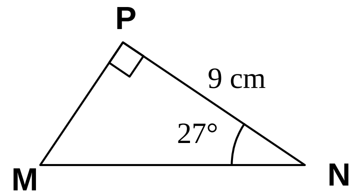
2. Ecrire les nombres suivants sous la forme 2^n où n est un entier relatif.

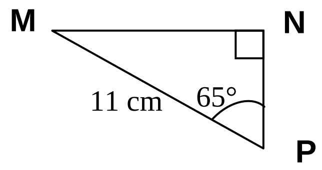
a) $1024 = 2^{10}$	b) $\frac{2^7}{2^{12}} = 2^{7-12} = 2^{-5}$	c) $8^7 = (2^3)^7 = 2^{21}$	d) $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2^4} = 2^{-4}$

Exercice 3 (6 points) :

Dans chaque cas ci-dessous calculez la longueur MN. Donnez une valeur approchée au dixième. Détaillez votre démarche.

<table>
<tr>
<td>a)


Dans le triangle MNP rectangle en M on a :
$\cos \widehat{MNP} = \frac{MN}{NP}$
$\cos 39° = \frac{MN}{12}$
$MN = 12 \times \cos 39°$
$MN = 9{,}3$ cm.</td>
<td>b)


Dans le triangle MNP rectangle en M on a :
$\cos \widehat{MNP} = \frac{NP}{MN}$
$\cos 27° = \frac{9}{MN}$
$MN = \frac{9}{\cos 27°}$
$MN = 10{,}1$ cm</td>
<td>c)


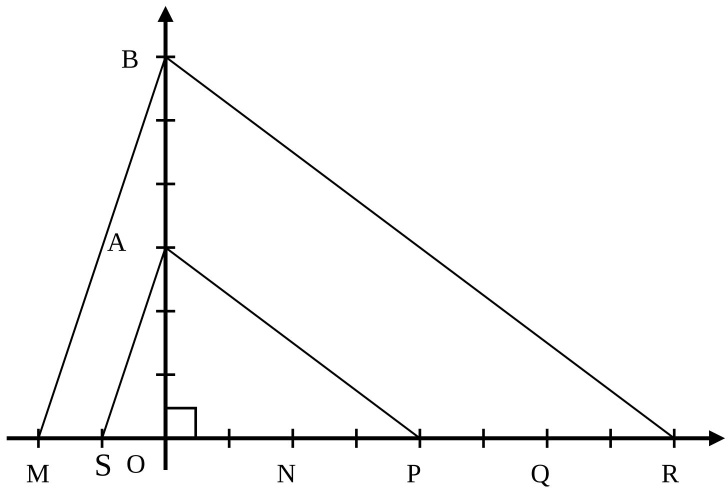
$\widehat{PMN} = 180 - 90 - 65 = 25°$
Dans le triangle MNP rectangle en M on a :
$\cos \widehat{PMN} = \frac{MN}{MP}$
$\cos 25° = \frac{MN}{11}$
$MN = 11 \times \cos 25°$
$MN = 8{,}2$cm</td>
</tr>
</table>

Exercice 4 (3 points) :

En effectuant toutes les étapes du calcul, prouvez que le nombre A est égal à 27.

$$A = \frac{(2^4 - 13)\times 3^{12}}{(7\times 2^2 - 5^2)^{10}} = \frac{(16 - 13)\times 3^{12}}{(7\times 4 - 25)^{10}} = \frac{3\times 3^{12}}{(28 - 25)^{10}} = \frac{3^{13}}{3^{10}} = 3^3 = 27$$

Exercice 5 (8 points) : ***Pour cet exercice, vous pouvez effectuer des tracés sur le graphique ci-dessous.***



On a tracé un repère orthogonal d'origine le point O. On a gradué les axes tous les centimètres.
Les points M, N, P, Q et R sont des points de l'axe des abscisses qui ont pour abscisse respective −2; 2 ; 4 ; 6 et 8.
Les points A et B sont des points de l'axe des ordonnées qui ont pour ordonnée respective 3 et 6.

1. Calculez la longueur AP.

   Dans le triangle PAO rectangle en O on peut écrire l'égalité de Pythagore :

   $AP^2 = OA^2 + OP^2 = 4^2 + 3^2 = 25$

   $AP = \sqrt{25} = 5 \quad AP = 5$ cm.

2. Prouvez que les droites (AP) et (BR) sont parallèles.
   Dans le triangle OBR, A est le milieu de [OB] et P est le milieu de [OR] donc d'après la propriété des milieux : (AP) // (BR).

3. La parallèle à la droite (BM) passant par A coupe l'axe des abscisses au point S.
   Prouvez que S est le milieu de [OM].
   Dans le triangle OMB, A est le milieu de [OB] et (AS) // (BM) donc d'après la propriété milieu et parallèles (AS) coupe [OM] en son milieu. Donc S est le milieu de [OM].

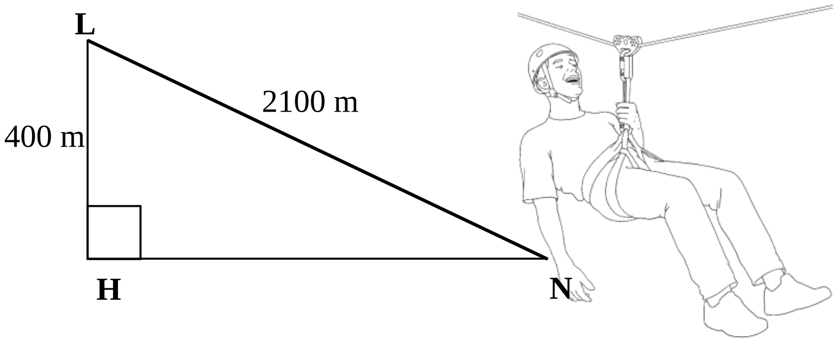
4. Est-il vrai que le triangle BMR est isocèle ? Justifiez.
   Dans le triangle OBR, A est le milieu de [OB] et P est le milieu de [OR] donc d'après la propriété des milieux : $2 \times AP = BR$ et donc $BR = 2 \times 5 = 10$ cm.
   De plus MR = 10 cm donc BMR est isocèle en R.

Exercice 6 (3 points) : **Mardi, le record du monde a été battu**

Dans le cadre du 8ème forum européen de spéléologie, les organisateurs ont installé une tyrolienne de 2,1 km entre le Causse du Larzac et le Causse Noir sur un dénivelé de 400m . Le point le plus haut se trouve à une altitude de 810 m et la vitesse maximum atteinte est de 80 km/h environ.
Ce sont deux poulies qui permettent de glisser sur une corde spécialement fabriquée pour l'occasion, une corde unique de près de 2200 m d'un diamètre de 1 cm.
(*Extrait de : http://france3-regions.francetvinfo.fr)*

Dans la figure ci-contre [LN] représente la corde et elle est supposée tendue.

D'après les informations données, quel angle fait la corde avec la verticale ?



Dans le triangle LHN rectangle en H on a :

$\cos \widehat{HLN} = \dfrac{400}{2100}$

et donc $\widehat{HLN} \approx 79°$

Exercice 7 (2 points HB) :

Le mécanisme d'ouverture d'un petit coffre fort est constitué de 4 cylindres. Sur chacun de ces cylindres sont inscrits les chiffres de 0 à 9. Combien de combinaisons est-il possible de former ?

On peut faire : $10^4 = 10\,000$ combinaisons.