Correction du brevet blanc n° 2

Exercice 1 : 5 points

Laura et Maxime jouent au même jeu vidéo.
Maxime a fait cinq parties et note les scores obtenus.

Partie 1	Partie 2	Partie 3	Partie 4	Partie 5
108 points	128 points	113 points	92 points	140 points

Laura, qui n'a jamais réussi deux fois le même score, donne les informations suivantes :

Nombre de parties jouées : 8
Moyenne : 118,5 points
Médiane : 125 points
Premier quartile : 90 points
Troisième quartile : 130 points
Etendue : 45 points

1. Lequel de ces deux joueurs a la meilleure moyenne ? Justifiez votre réponse.
   Moyenne de Maxime : $\frac{108 + 128 + 113 + 92 + 140}{5} = \frac{581}{5} = 116{,}2$
   C'est Laura qui a la meilleure moyenne.
2. Lequel de ces deux joueurs a réussi le meilleur score ? Justifiez votre réponse.
   Le premier quartile de Laura est 90 points. Elle a donc un score inférieur à 90 points et comme son étendue est 45, 90 + 45 = 135 points, le meilleur score de Laura est inférieur à 135 points. C'est Maxime qui a réussi le meilleur score.
3. A ce jeu vidéo, dés que l'on marque 125 points on gagne un « jeton ».
   Combien de « jetons » ont-été gagnés par ces deux joueurs ? Justifiez votre réponse.
   Maxime a deux scores supérieurs à 125 points, il a donc gagné deux jetons.
   Laura a une médiane de 125 points et a joué 8 parties sans faire deux fois le même, elle a donc réussi 4 scores supérieurs à 125 points. Elle a donc gagné 4 jetons.

Exercice 2 : 7 points

On a utilisé un tableur pour calculer les images de différentes valeurs de x par trois fonctions f, g et h. Une copie de l'écran obtenu est donnée ci-dessous :

C2 | =-2*C1+5

	A	B	C	D	E	F
1	x	-5	0	1	5	8
2	$f(x)$	15	5	3	-5	-11
3	$g(x)$	-32	-7	-2	18	33
4	$h(x)$	10				
5						

1. Quelle est l'image de -5 par la fonction f ? L'image de -5 par la fonction f est 15
2. Calculer $f(10)$. $f(10) = -2 \times 10 + 5 = -20 + 5 = -15$
3. Donner l'expression de $f(x)$. $f(x) = -2x + 5$

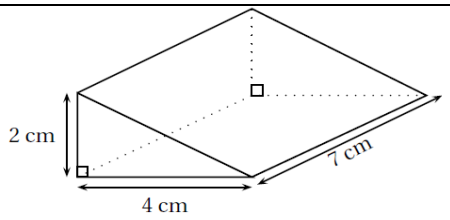
4. On sait que $g(x) = 5x - 7$. Une formule a été saisie dans la cellule B3 et recopiée ensuite dans les cellules C3 jusqu'à F3. Quelle est cette formule ?
La formule rentrée en B3 est : =5*B1–7

5. a) On sait que h est une fonction linéaire. Si on étend la formule entrée en cellule B4 vers la droite, quelle valeur doit contenir la cellule C4 ?
L'image de zéro par une fonction linéaire est zéro. C4 devra donc contenir 0.
b) Quelle valeur doit contenir la cellule D4 ?
$h(-5)=10= a \times (-5)$ Le coefficient a de cette fonction linéaire est donc –2.
D4 doit contenir l'image de 1 par la fonction h et $h(1) = -2 \times 1 = -2$
Donc D4 doit contenir la valeur –2.

Exercice 3 : 6 points

Chacune des affirmations suivantes est-elle vraie ou fausse ? On rappelle que toutes les réponses doivent être justifiées.

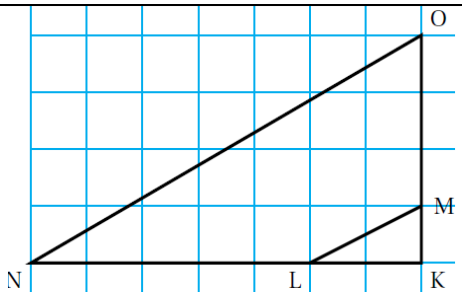
Affirmation 1 : Le volume de ce solide est 56 cm^3.
Le prisme ci-contre a pour volume la moitié du volume du pavé droit de dimensions 2cm, 4cm, 7cm et donc le volume de ce prisme est :
$\frac{2 \times 4 \times 7}{2} = 28\ cm^3$. L'affirmation est fausse.



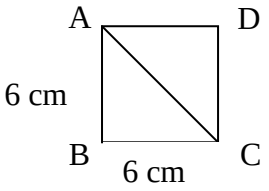
Dans ce dessin, les points sont placés sur les sommets d'un quadrillage à maille carrée.

Affirmation 2 :
Les droites (ML) et (NO) sont parallèles.

$\frac{KM}{KO} = \frac{1}{4}$ et $\frac{KL}{KN} = \frac{2}{7}$ donc $\frac{KM}{KO} \neq \frac{KL}{KN}$.
Les droites (ML) et (NO) ne sont pas parallèles.
L'affirmation est fausse.



Affirmation 3 : La diagonale du carré d'aire 36 cm^2 a pour longueur $6\sqrt{2}$ cm.
Si l'aire du carré est 36 cm² c'est que son côté mesure 6 cm.



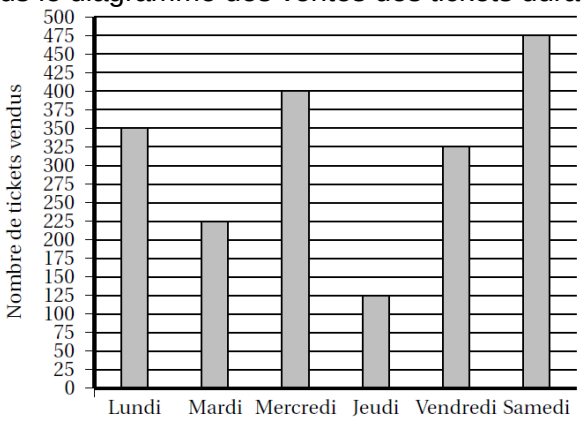
Dans le triangle ABC rectangle en B on applique l'égalité de Pythagore : $AC^2 = AB^2+BC^2$
$AC^2 = 6^2+6^2 = 36 + 36 = 36 \times 2$
$AC = \sqrt{36 \times 2} = \sqrt{36} \times \sqrt{2} = 6\sqrt{2}$
L'affirmation est vraie.

Affirmation 4 : Si un prix augmente de 20 % puis de 30 %, alors il augmente de 50 %.
Un prix de 100 € augmente de 20% et il passe donc à $100 \times 1{,}2 = 120$ €
Puis 120 € augmente de 30%, il passe donc à $120 \times 1{,}3 = 156$ €. Le prix initial a donc augmenté de 56 € soit 56% et pas 50%. L'affirmation est fausse.

Exercice 4 : 6 points

Une association décide d'organiser une tombola pour financer entièrement une sortie pour ses adhérents d'un montant de 2 660 €.
Le 1er ticket tiré au sort fera remporter le gros lot d'une valeur de 300 €.
Les 10 tickets suivants tirés au sort feront remporter un lot d'une valeur de 25 € chacun.
Les 20 tickets suivants tirés au sort feront remporter un lot d'une valeur de 5 € chacun.

L'association finance entièrement les lots.
Chaque ticket de tombola est vendu 2 € et les tickets sont vendus durant 6 jours.
On a représenté ci-dessous le diagramme des ventes des tickets durant ces 6 jours.



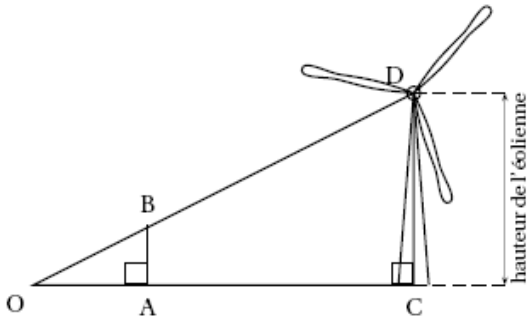
1. L'association pourra-t-elle financer entièrement cette sortie ?
   Calculons le nombre de tickets vendus pendant les 6 jours :
   350 + 225 + 400 + 125 + 325 + 475 = 1900. 1900 tickets à 2€ ont été vendus soit une recette de 3800€.
   Calculons maintenant le coût des lots : $300 + 10 \times 25 + 20 \times 5 = 300 + 250 + 100 = 650$€
   L'association doit financer la sortie plus les lots soit : 2660 + 650 = 3310€
   Sa recette étant de 3800€ elle pourra financer entièrement la sortie.

2. Pour le même nombre de tickets vendus, proposer un prix de ticket de tombola permettant de financer un voyage d'une valeur de 10 000 €?
   Quel serait le prix minimal ?
   L'association devra financer la sortie plus les lots soit : 10000 + 650 = 10650€
   Elle a vendu 1900 billets : $\frac{10650}{1900} \approx 5{,}605$ €.
   Pour financer cette sortie, il faudrait vendre le billet 5,61€ au minimum.

3. Le gros lot a été déjà tiré. Quelle est la probabilité de tirer un autre ticket gagnant ? (donner le résultat sous la forme d'une fraction)
   Le gros lot a été déjà tiré il y a donc 30 ticket gagnants sur les 1899 restants.
   probabilité de tirer un autre ticket gagnant est de : $\frac{30}{1899}$.

Exercice 5 : 5 points

Pour trouver la hauteur d'une éolienne, on a les renseignements suivants:
• Les points O, A et C sont alignés
• Les points O, B et D sont alignés
• Les angles $\widehat{OAB}$ et $\widehat{ACD}$ sont droits
• OA = 11 m ; AC = 594 m ; AB = 1,5 m
Le schéma n'est pas représenté à l'échelle.
Le segment [CD] représente l'éolienne.



1. Expliquer pourquoi les droites (AB) et (CD) sont parallèles ?
   Les droites (AB) et (CD) sont perpendiculaires à la même droite (OC) lles sont donc parallèles.

2. Calculer la hauteur CD de l'éolienne.

   A ∈ (OC) et B ∈ (OD)

(AB)//(CD) alors d'après le théorème de Thalès $\frac{OA}{OC} = \frac{OB}{OD} = \frac{AB}{CD}$ donc

$\frac{11}{605} = \frac{1,5}{CD}$

$CD = \frac{1,5 \times 605}{11} = 82,5$ La hauteur de l'éolienne est : 82,5 m.

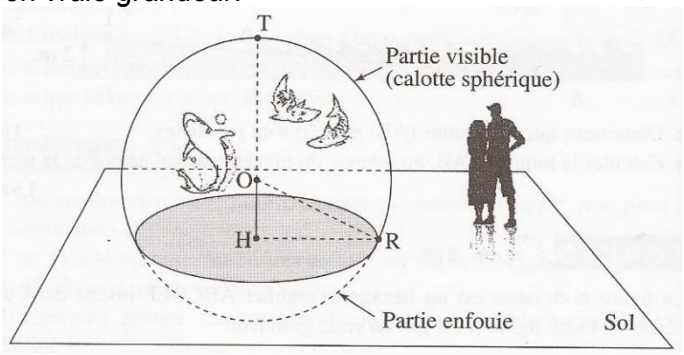
3. Calculer au degré près la mesure de l'angle $\widehat{BOA}$.

Le triangle BOA est rectangle en A, $\tan \widehat{BOA} = \frac{AB}{OA} = \frac{1,5}{11}$

$\widehat{BOA} \approx 8°$

Exercice 6 :

Pour attirer davantage de visiteurs dans sa ville, un maire décide de faire construire l'Aquarium du Pacifique. Les architectes prévoient de poser un énorme aquarium à l'entrée, dont la vitre a une forme sphérique. La figure ci-dessous représente la situation.
Cette figure n'est pas en vraie grandeur.



1. Calculer le volume en m³ d'une boule de rayon 5 m. Donner l'arrondi à l'unité près.

On rappelle la formule du volume d'une boule de rayon R : $\frac{4 \times \pi \times R^3}{3}$

$V = \frac{4 \times \pi \times 5^3}{3} = \frac{500}{3} \pi \approx 524$ m³.

2. En réalité, l'aquarium est implanté dans le sol. La partie supérieure (visible aux visiteurs) est une «calotte sphérique». La partie inférieure (enfouie) abrite les machines.

a. Quelle est la nature géométrique de la section entre le plan horizontal du sol et l'aquarium (la partie grisée sur la figure)? C'est un disque.

b. Le point O désigne le centre de la sphère qui a pour rayon 5 m.

On donne HR = 4 m, où H et R sont les points placés sur le sol comme sur la figure.
T est un point de la sphère tel que les points T, O, H soient alignés comme sur la figure.

Calculer la hauteur HT de la partie visible de l'aquarium.
Calculons OH dans le triangle rectangle OHR. L'égalité de Pythagore donne :
$OR^2 = OH^2 + HR^2$

Soit $5^2 = OH^2 + 4^2$ donc $25 = OH^2 + 16$ et donc $OH^2 = 25 - 16 = 9$ $OH = \sqrt{9} = 3$ cm

HT = OT + OH = 5 + 3 = 8 m. La partie visible de l'aquarium a pour hauteur 8m.

Le volume d'une calotte sphérique de rayon 5 m est donné par la formule :

$\mathcal{V}_{calotte} = \frac{\pi \times h^2}{3} \times (15 - h)$ où h désigne sa hauteur (correspondant à la longueur HT sur la figure).

Calculer le volume **en litres** de cette calotte sphérique.

$\mathcal{V}_{calotte} = \frac{\pi \times h^2}{3} \times (15 - h) = \mathcal{V}_{calotte} = \frac{\pi \times 8^2}{3} \times (15 - 8) = \frac{64\,\pi}{3} \times 7 = 469{,}1445\ m^3 \approx 469\ 145\ L$

3. Pour cette question, on prendra comme volume de l'aquarium 469 000 litres.
Des pompes délivrent à débit constant de l'eau de mer pour remplir l'aquarium vide.
En 2 heures de fonctionnement, les pompes réunies y injectent 14 000 litres d'eau de mer.

Au bout de combien d'heures de fonctionnement, les pompes auront-elles rempli l'aquarium?

En 1 heure les pompes injectent 7 000 litres d'eau de mer. $\frac{469000}{700} = 67$.

Les pompes auront rempli l'aquarium en 67 heures.