# CORRECTION DU BREVET BLANC Février 2015

**Exercice 1 : (5 points)**

**1.** Soit $f$ la fonction définie par $f(x) = (2x - 3)(x + 1)$

**a)** Calculer l'image de 5 par la fonction $f$.

$f(5) = (2\times5 - 3)(5 + 1) = (10 - 3) \times 6 = 7 \times 6 = 42$ $\boxed{f(5) = 42}$

**b)** Calculer l'image de – 4 par la fonction $f$.

$f(-4) = (2\times(-4) - 3)(-4 + 1) = (-8 - 3) \times (-3) = -11 \times (-3) = 33$ $\boxed{f(-4) = 33}$

**c)** Calculer les antécédents de 0 par la fonction $f$.

Les antécédents de 0 par la fonction $f$ sont les nombres $x$ pour lesquels $f(x) = (2x - 3)(x + 1) = 0$

Ceci est une équation produit nul et un produit de facteurs est nul si et seulement si un des facteurs est égal à zéro donc $2x - 3 = 0$ ou $x + 1 = 0$

$2x - 3 + 3 = 0 + 3$ | $x + 1 - 1 = 0 - 1$

$2x = 3$ | $x = -1$

$\frac{2x}{2} = \frac{3}{2}$

$x = \frac{3}{2}$

$\boxed{\text{Les antécédents de 0 par la fonction } f \text{ sont les nombres } \frac{3}{2} \text{ et } -1.}$

**2.** Voici un tableau de valeurs d'une fonction $g$ :

| $x$ | – 5 | – 4 | 1 | 2 | 3 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $g(x)$ | – 3 | – 5 | 0 | 7 | 2 | – 5 |

**a)** Quelle est l'image de 2 par la fonction $g$ ? $\boxed{\text{L'image de 2 par la fonction } g \text{ est 7.}}$

*On peut également répondre* $g(2) = 7$

**b)** Citer un antécédent de – 5 par la fonction $g$. $\boxed{-4 \text{ est un antécédent de } -5 \text{ par la fonction } g.}$

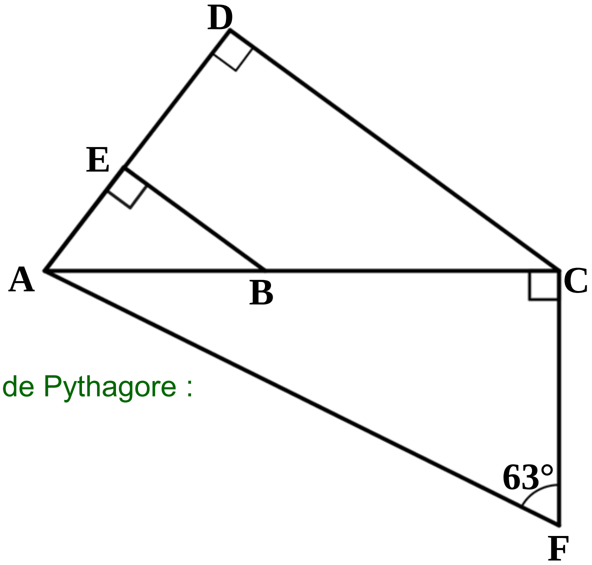
( 7est aussi un antécédent de – 5 par la fonction $g$.) On peut répondre : $\boxed{g(-4) = -5}$ (ou $g(7) = -5$ )

**Exercice 2 : (6 points)**

Sur la figure ci-contre :

AB = 6 cm ; BC = 8 cm et EB = 4,8 cm.

*La figure n'est pas en vraie grandeur.*




**1.** Calculer la longueur AE.

Dans le triangle AEB rectangle en E on écrit l'égalité de Pythagore :

$AB^2 = AE^2 + EB^2$
$6^2 = AE^2 + 4{,}8^2$

$AE^2 = 6^2 - 4{,}8^2$
$AE^2 = 36 - 23{,}04 = 12{,}96$
$AE = \sqrt{12{,}96} = 3{,}6$ donc $\boxed{AE = 3{,}6 \text{ cm}}$.

**2.** Calculer la longueur DC.

Les droites (EB) et (DC) sont perpendiculaires à la droite (AD) elles sont donc parallèles.

On a E $\in$ (AD), B $\in$ (AC) et (EB) /* (DC) alors d'après le théorème de Thalès : $\frac{AE}{AD} = \frac{AB}{AC} = \frac{EB}{DC}$

AC = AB + BC = 6 + 8 = 14 donc $\frac{6}{14} = \frac{4{,}8}{DC}$

Et donc $DC = \frac{14 \times 4{,}8}{6} = 11{,}2$ donc $\boxed{DC = 11{,}2 \text{ cm}}$.

**3.** Calculer la longueur CF (on donnera la réponse arrondie au mm).

AFC est un triangle rectangle en C donc $\tan \widehat{AFC} = \frac{AC}{CF}$ donc $\tan 63° = \frac{14}{CF}$

Et donc $CF = \frac{14}{\tan 63°} \approx 7{,}1$ donc $\boxed{CF \approx 7{,}1 \text{ cm}}$.

**Exercice 3 : (6 points)**

Dans un collège, une enquête a été menée sur le poids des cartables des élèves.
Pour cela, on a pesé le cartable de 48 élèves du collège.
Les résultats de cette enquête sont inscrits dans le tableau ci–dessous :

| Masse en kg | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Effectif | 1 | 2 | 4 | 2 | 5 | 11 | 8 | 8 | 3 | 4 |

**1.** Calculer l'étendue de cette série statistique.

Le caractère étudié est la masse des cartables. La plus grande masse est 10 kg et la plus petite 1 kg. L'étendue est donc 10 -Le caractère étudié est la masse des cartables. La plus grande masse est 10 kg et la plus petite 1 kg.

10 – 1 = 9 $\boxed{\text{L'étendue est donc de 9 kg.}}$

**2.** Déterminer la médiane de cette série statistique.

Il y a 48 valeurs, c'est un nombre pair, la médiane se situe donc entre la 24$^{ème}$ et la 25$^{ème}$ valeur.

Complétons le tableau précédent par les effectifs cumulés croissants :

| Masse en kg | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Effectif | 1 | 2 | 4 | 2 | 5 | 11 | 8 | 8 | 3 | 4 |
| Effectif cumulés | 1 | 3 | 7 | 9 | 14 | 25 | 33 | 41 | 44 | 48 |

La 24$^{ème}$ et la 25$^{ème}$ sont 6 kg. $\boxed{\text{La médiane de cette série statistique est donc 6 kg}}$.

**3.** Déterminer les valeurs du premier quartile et du troisième quartile de la série.

$\frac{48}{4} = 12$ Le premier quartile est donc la 12$^{ème}$ valeur. D'après le tableau des effectifs cumulés croissants il s'agit de 5 kg. $\boxed{Q1 = 5 \text{ kg}}$

$3 \times \frac{48}{4} = 12 \times 3 = 36$ Le troisième quartile est donc la 36ème valeur. D'après le tableau des effectifs cumulés croissants il s'agit de 8 kg. $\boxed{Q3 = 8 \text{ kg}}$.

**4. a)** Si on pèse le cartable d'un de ces 48 élèves pris au hasard, quelle est la probabilité que sa masse soit inférieure ou égale à 6 kg ?
25 des 48 cartables ont une masse inférieure ou égale à 6 kg.

La probabilité que la masse d'un cartable soit inférieure ou égale à 6 kg est donc égale à $\frac{25}{48}$.

**b)** Quelle est la probabilité qu'il fasse plus de 6 kg ?
L'évènement « un cartable a une masse supérieure à 6 kg » est l'évènement contraire de celui calculé à la question 4. a). Sa probabilité est donc $1 - \frac{25}{48} = \frac{48}{48} - \frac{25}{48} = \frac{23}{48}$.

La probabilité qu'un cartable ait une masse supérieure à 6 kg est égale à $\frac{23}{48}$.

**Exercice 4 : (4 points)**

Tom doit calculer $3{,}5^2$.

« Pas la peine de prendre la calculatrice », lui dit Léa, tu n'as qu'à effectuer le produit de 3 par 4 et rajouter 0,25.

**1.** Effectuer le calcul proposé par Léa et vérifier que le résultat obtenu est bien le carré de 3,5.
$3 \times 4 + 0{,}25 = 12{,}25$ et $3{,}5^2 = 12{,}25$ Le calcul de Léa est correct.

**2.** Proposer une façon simple de calculer $7{,}5^2$.
Par la méthode de Léa on peut essayer de calculer $7{,}5^2$ en faisant $7 \times 8 + 0{,}25 = 56{,}25$
Effectivement $7{,}5^2$ est bien égal à 56,25.

**3.** Léa propose la conjecture suivante :

$$(n + 0{,}5)^2 = n(n + 1) + 0{,}25 \quad \text{où } n \text{ est un nombre entier positif.}$$

Prouver que la conjecture de Léa est vraie.

On va calculer séparément $(n + 0{,}5)^2$ puis $n(n + 1) + 0{,}25$ .

- $(n + 0{,}5)^2 = n^2 + 2 \times n \times 0{,}5 + 0{,}5^2 = n^2 + n + 0{,}25$
- $n(n + 1) + 0{,}25 = n \times n + n \times 1 + 0{,}25 = n^2 + n + 0{,}25$

On a bien $(n + 0{,}5)^2 = n(n + 1) + 0{,}25$ ; La conjecture de Léa est prouvée.

**Exercice 5 : (4 points)**

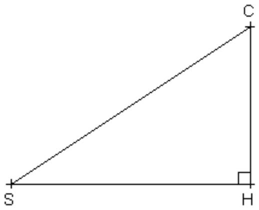
Dans ce questionnaire à choix multiple, pour chaque question, des réponses sont proposées, une seule est exacte. Pour chacune des questions, entourer la bonne réponse.
Aucune justification n'est attendue.
*Chaque réponse correcte rapporte 1 point. Pour l'absence de réponse, zéro point.*
*Chaque réponse fausse enlève 0,5 point.*

| Questions | Propositions |
| --- | --- |
| **<u>Question 1</u>**<br>Quelles sont les solutions de l'équation :<br>$4x - 3 = 7x + 6$ ?<br>$4x - 4x - 3 = 7x + 6 - 4x$<br>$-3 = 3x + 6$<br>$-3 - 6 = 3x + 6 - 6$<br>$-9 = 3x$<br>$-\frac{9}{3} = \frac{3x}{3}$ et donc $x = -3$ | **a)** 3<br>**b)** $\frac{9}{11}$<br>**c)** $\boxed{-3}$ |
| **<u>Question 2</u>**<br>On donne : 1 To (téraoctet) = $10^{12}$ octets et 1 Go (gigaoctet) = $10^9$ octets.<br>On partage un disque dur de 1,5 To en dossiers de 60 Go chacun.<br>Quel est le nombre de dossiers obtenus ?<br>Le nombre de dossiers obtenus se calcule par : $\frac{1{,}5 \text{ To}}{60 \text{ Go}} = \frac{1{,}5 \times 10^{12}}{60 \times 10^9} = 25$ | **a)** $\boxed{25}$<br>**b)** 1 000<br>**c)** $4 \times 10^{22}$ |
| **<u>Question 3</u>**<br>Quelle est la forme factorisée de $4x^2 - 12x + 9$ ?<br>$4x^2 - 12x + 9$ est une identité remarquable.<br>$4x^2 - 12x + 9 = (2x - 3)^2$ | **a)** $(2x + 3)(2x - 3)$<br>**b)** $(2x + 3)^2$<br>**c)** $\boxed{(2x - 3)^2}$ |
| **<u>Question 4</u>**<br>Une mouette parcourt 4,2 kilomètres en 8 minutes.<br>Quelle distance aurait-elle parcourue en une heure si elle gardait la même vitesse ?<br>Par un calcul de quatrième proportionnelle : $\frac{60 \times 4{,}2}{8} = 31{,}5$ | **a)** 0,525 km<br>**b)** $\boxed{31{,}5 \text{ km}}$<br>**c)** 42,8 km |

**Exercice 6 : (5 points)**

Simon joue avec son cerf-volant au bord de la plage. La ficelle est déroulée au maximum et elle est tendue, elle mesure 50 m.

S : position de Simon
C : position du cerf-volant
SC = 50 m




**1.** La ficelle fait avec l'horizontale un angle $\widehat{CSH}$ qui mesure 80°.
Calculer la hauteur à laquelle vole le cerf-volant, c'est-à-dire CH (on donnera la réponse arrondie au mètre).

Dans le triangle CSH rectangle en H on a : $\sin \widehat{CSH} = \frac{CH}{CS}$ et donc $\sin 80° = \frac{CH}{50}$

$CH = 50 \times \sin 80° \approx 49$ $\boxed{CH \approx 49 \text{ m}}$

**2.** Lorsque la ficelle fait avec l'horizontale un angle de 40 °, la distance CH est-elle la moitié de celle calculée au 1. ? Justifier la réponse.

Avec le même calcul $\sin 40° = \frac{CH}{50}$ et donc $CH = 50 \times \sin 40° \approx 32$ donc <u>non</u>, la distance CH n'est pas la moitié de celle trouvée pour un angle de 80°.

**3.** Si SH fait 30 m, calculer l'angle que fait la ficelle avec l'horizontale (on donnera la réponse arrondie au degré).

Si SH fait 30 m alors $\cos \widehat{CSH} = \frac{SH}{SC}$ et donc $\boxed{\widehat{CSH} \approx 53°}$

**Exercice 7 : (6 points)**

Dans le jeu *pierre-feuille-ciseaux*, deux joueurs choisissent en même temps l'un des trois « coups » suivants :
**Pierre** en fermant la main
**Feuille** en tendant la main
**Ciseaux** en écartant deux doigts

- La **pierre** bat les **ciseaux** (en les cassant).
- Les **ciseaux** battent la **feuille** (en la coupant).
- La **feuille** bat la **pierre** (en l'enveloppant).
- Il y a match nul si les deux joueurs choisissent le même coup (par exemple si chaque joueur choisit « **feuille** »).

**1.** Je joue une partie face à un adversaire qui joue au hasard et je choisis de jouer « pierre ».

**a)** Quelle est la probabilité que je perde la partie ?

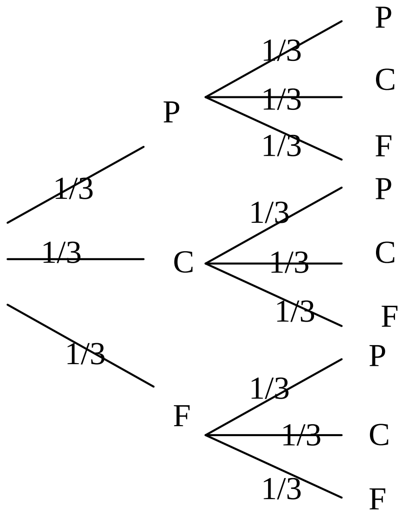
Si l'adversaire joue « pierre » il y a match nul, Si l'adversaire joue « ciseaux » je gagne mais si l'adversaire joue « feuille » je perd. La probabilité de perdre est donc $\frac{1}{3}$.

**b)** Quelle est la probabilité que je ne perde pas la partie ?

L'évènement « ne pas perdre la partie » est l'évènement contraire de celui calculé à la question précédente. Sa probabilité est donc $1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$.

**2.** Je joue deux parties de suite et je choisis de jouer « **pierre** » à chaque partie.
Mon adversaire joue au hasard.

Construire l'arbre des possibles de l'adversaire pour ces deux parties.
On notera P, F, C, pour pierre, feuille, ciseaux.



**3.** En déduire :

**a)** La probabilité que je gagne les deux parties.

Je gagne les deux parties si l'adversaire joue deux fois ciseaux. Donc la probabilité de gagner deux fois est : P(CC) = $\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$

**b)** La probabilité que je ne perde aucune des deux parties.

Je ne perds aucune des deux parties si jamais mon adversaire ne joue « Feuille ».

Donc la probabilité de ne perdre aucune des deux parties est : P(CC)+P(PP)+P(PC)+P(CP) = $4 \times \frac{1}{9} = \frac{4}{9}$