Correction du brevet blanc n°2

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES

Exercice 1

Les démonstrations qui suivent ne devaient pas figurer sur votre copie.

1. Développons l'expression A :

   $A = (2x - 5)^2$
   $A = (2x)^2 - 2 \times 2x \times 5 + 5^2$
   $\boxed{A = 4x^2 - 20x + 25}$

2. Trouvons les solutions de l'équation $(2x + 1) - (x - 3) = 0$:

   Nous allons tester les différentes propositions :

   - Pour $x = -0{,}5$, $(2x + 1) - (x - 3) = [2 \times (-0{,}5) + 1] - (-0{,}5 - 3) = 0 - (-3{,}5) = 3{,}5 \neq 0$
     Nous pouvons éliminer la 1re proposition.
   - Pour $x = 2$, $(2x + 1) - (x - 3) = (2 \times 2 + 1) - (2 - 3) = 5 - (-1) = 6 \neq 0$
     Nous pouvons éliminer la 2e proposition.

   La troisième proposition est donc par élimination la bonne réponse. Vérifions :

   - Pour $x = -4$, $(2x + 1) - (x - 3) = [2 \times (-4) + 1] - (-4 - 3) = -7 - (-7) = 0$

   L'équation $(2x + 1) - (x - 3) = 0$ a $\boxed{\text{une solution : } -4}$

3. Calculons BC :

   Le triangle ABC est rectangle en A, donc l'égalité de Pythagore est vérifiée :

   $BC^2 = AB^2 + AC^2 = \left(\sqrt{18}\right)^2 + \left(\sqrt{32}\right)^2 = 18 + 32 = 50$

   Donc $BC = \sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = \sqrt{25} \times \sqrt{2} = 5\sqrt{2}$

   Donc la longueur du segment [BC] est $\boxed{5\sqrt{2}\ cm}$.

4. Calculons le pourcentage de filles lorsque les deux classes sont réunies :

   En 3eA, sur 30 élèves, il y a 40 % de filles, ce qui signifie qu'il y a $0{,}4 \times 30 = 12$ filles en 3eA.

   En 3eB, sur 20 élèves, il y a 60 % de filles, ce qui signifie qu'il y a $0{,}6 \times 20 = 12$ filles en 3eB.

   Ainsi, lorsqu'on réuni les deux classes, sur 50 élèves, il y a 24 filles.

   La proportion de filles est donc $\frac{24}{50} = \frac{48}{100} = \boxed{48\ \%}$.

5. Déterminons et comparons les médianes des séries A et B :

   - La série A est constituée de 8 valeurs, qui est un nombre pair.
     La médiane M_A est donc comprise entre la 4e et la 5e valeur :
     $$M_A = 8{,}5$$
   - La série B est constituée de 7 valeurs, qui est un nombre impair :
     La médiane M_B est donc la 4e valeur :
     $$M_B = 8$$

   Donc $M_A > M_B$

   Nous pouvons conclure que $\boxed{\text{la médiane de la série A est supérieure à celle de la série B}}$.

Exercice 2

$$1 \text{ milliard} = 10^9 \qquad\qquad 1\ km = 10^5\ cm$$

Un milliard d'allumettes de 5 *cm* de long bout à bout mesurent : $5 \times 10^9\ cm$

Or la circonférence de la terre est de 40 000 *km* $= 4 \times 10^4\ km = 4 \times 10^4 \times 10^5\ cm = 4 \times 10^9\ cm$.

$$5 \times 10^9\ cm > 4 \times 10^9\ cm$$

Nous pouvons donc conclure que l'on peut faire le tour de la terre lorsque l'on met bout à bout un milliard d'allumettes de 5 *cm*.

Exercice 3

1. a) Calculons $p(\text{J})$:

   Alice répond au hasard à la première question, il s'agit donc d'une situation d'équiprobabilité.

   Ainsi, $$p(\text{J}) = \frac{\text{Nombre de cas favorables}}{\text{Nombre de cas possibles}}$$

   $$p(\text{J}) = \frac{1}{4}$$

   b) Calculons $p(\text{F})$:

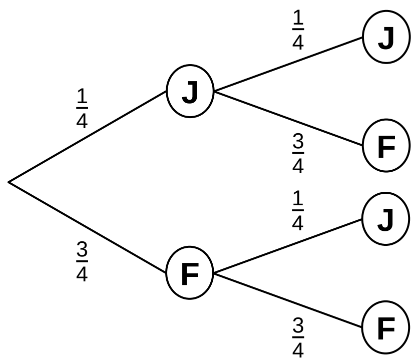
   J et F sont deux évènements contraires ;

   Donc $$p(\text{F}) = 1 - p(\text{J})$$

   $$p(\text{F}) = 1 - \frac{1}{4}$$

   $$p(\text{F}) = \frac{3}{4}$$

2. a) Complétons l'arbre de probabilités ci-contre :



   b) Calculons $p(\text{J ; J})$, la probabilité que Marie ait deux bonnes réponses :

   $$p(\text{J ; J}) = p(\text{J}) \times p(\text{J}) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$$

   La probabilité que Marie ait deux bonnes réponses est $\frac{1}{16}$.

   c) Calculons $p(\text{F ; F})$, la probabilité que Marie n'ait aucune bonne réponse :

   $$p(\text{F ; F}) = p(\text{F}) \times p(\text{F}) = \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{9}{16}$$

   La probabilité que Marie n'ait aucune bonne réponse est $\frac{9}{16}$.

d) <u>Montrons que la probabilité que Marie ait exactement une bonne réponse est</u> $\frac{3}{8}$:

L'expérience aléatoire qui consiste à répondre au hasard aux deux questions a trois issues possibles :

- Soit Marie n'a aucune bonne réponse ;
- Soit Marie a exactement une bonne réponse ;
- Soit Marie a deux bonnes réponses.

On en déduit que la probabilité que Marie ait exactement une bonne réponse est :

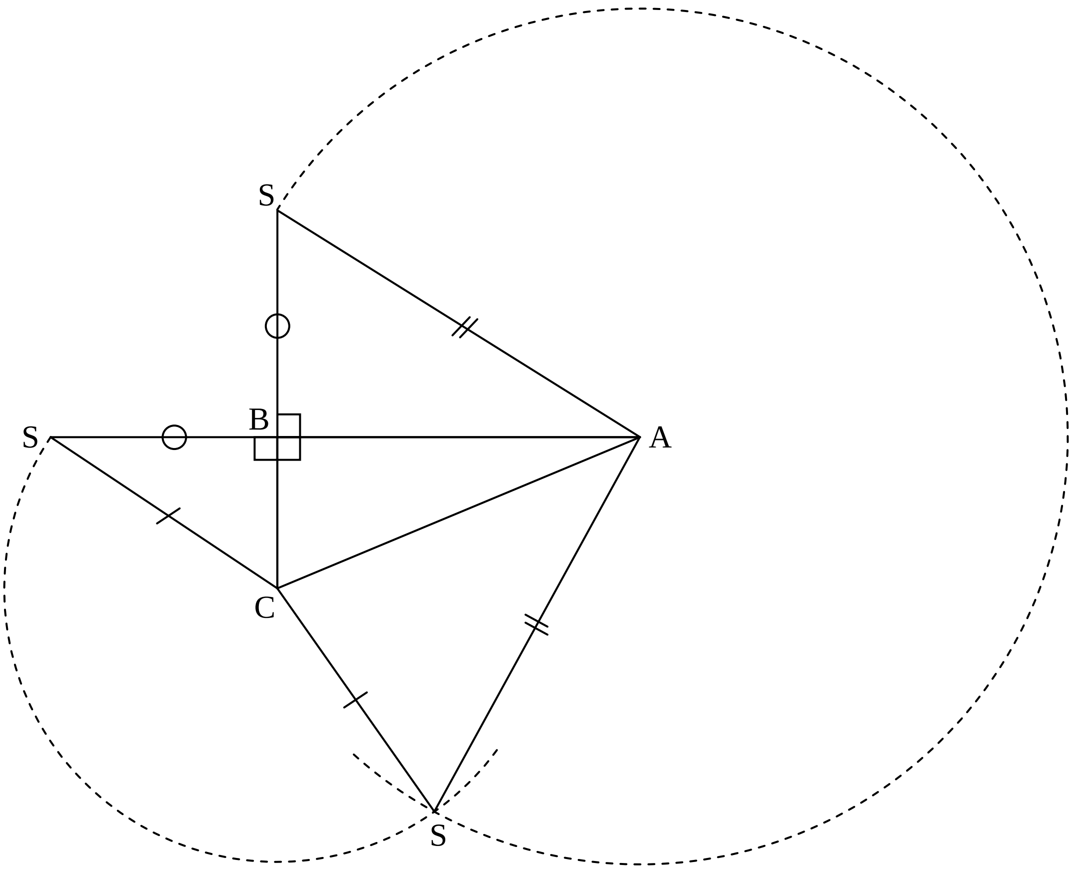
$$1 - [p(\text{J} ; \text{J}) + p(\text{F} ; \text{F})] = 1 - \left(\frac{1}{16} + \frac{9}{16}\right) = 1 - \frac{10}{16} = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$$

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES

Exercice 1

1. <u>Construisons un patron en vraie grandeur de la pyramide SABC</u> :

   Cliquer ici pour voir un programme de construction



2. <u>Montrons que AB = 4,8 *cm*</u> ;

   Le triangle ABC est rectangle en B, donc l'égalité de Pythagore est vérifiée :

   $AB^2 + BC^2 = AC^2$

   C'est-à-dire $AB^2 + 2^2 = 5{,}2^2$

   $AB^2 + 4 = 27{,}04$

   Donc $AB^2 = 27{,}04 - 4 = 23{,}04$

   Donc $AB = \sqrt{23{,}04} = 4{,}8$

   Donc le segment [AB] mesure 4,8 *cm*.

3. <u>Calculons le volume V de la pyramide SABC</u> :

$$V = \frac{1}{3} \times B \times h$$

$$V = \frac{1}{3} \times \frac{AB \times BC}{2} \times BS$$

$$V = \frac{1}{3} \times \frac{2 \times 4{,}8}{2} \times 3$$

$$V = 4{,}8$$

   La pyramide SABC a un volume de 4,8 cm^3.

4. a) <u>Déterminons le coefficient de réduction k</u> :

$$k = \frac{SB'}{SB} = \frac{1{,}5}{3} = 0{,}5$$

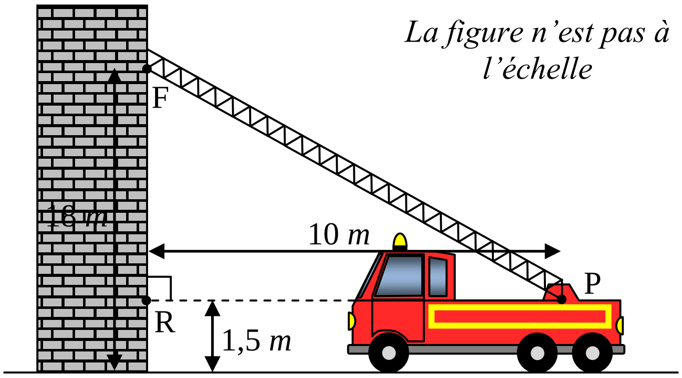
Le coefficient de réduction est 0,5.

b) <u>Calculons le volume $\mathcal{V}'$ de la pyramide SA'B'C'</u> :

$$\mathcal{V}' = k^3 \times \mathcal{V}$$
$$\mathcal{V}' = 0{,}5^3 \times 4{,}8$$
$$\mathcal{V}' = 0{,}6$$

La pyramide SA'B'C' a un volume de 0,6 cm^3.

Exercice 2



1. <u>Déterminons RF</u> :

$$RF = 18\ m - 1{,}5\ m$$
$$RF = 16{,}5\ m$$

2. <u>Déterminons $\widehat{FPR}$</u> :

Dans le triangle FRP rectangle en R :

$$tan\ \widehat{FPR} = \frac{FR}{RP} = \frac{16{,}5}{10} = 1{,}65$$

Donc $\widehat{FPR} = tan^{-1}(1{,}65) \approx 59°$ *(arrondi au degré)*

L'échelle fait un angle de 59° avec l'horizontale.

3. <u>Calculons FP</u> :

1re méthode : théorème de Pythagore

Le triangle FRB est rectangle en A, donc l'égalité de Pythagore est vérifiée :

$$FP^2 = FR^2 + RP^2 = 16{,}5^2 + 10^2 = 372{,}25$$

Donc $FP = \sqrt{372{,}25} \approx 19{,}3$ *(valeur approchée par excès)*

$FP < 25\ m$.

Nous pouvons conclure que l'échelle est assez longue pour atteindre la fenêtre.

2e méthode : trigonométrie

Dans le triangle FRP rectangle en R :

$$cos\ \widehat{FPR} = \frac{RP}{FP} = \frac{10}{FP}$$

Donc $FP \times cos\ \widehat{FPR} = 10$ *(égalité des produits en croix)*

Donc $FP = \dfrac{10}{cos\ \widehat{FPR}} \approx \dfrac{10}{cos\ 59} \approx 19{,}4$

$FP < 25\ m$.

Nous pouvons conclure que l'échelle est assez longue pour atteindre la fenêtre.

PROBLÈME

Première partie

1. Complétons le tableau :

Diamètre	[48 ; 51[	[51 ; 54[	[54 ; 57[	[57 ; 60[
Effectif	8	8	9	5
Centre de la classe	49,5	52,5	55,5	58,5

2. a) Calculons le diamètre moyen d_m d'une tomate :

$$d_m = \frac{8 \times 49{,}5 + 8 \times 52{,}5 + 9 \times 55{,}5 + 5 \times 58{,}5}{30} = 53{,}6$$

Le diamètre moyen d'une tomate (arrondi à l'unité) est 54 *mm*.

b) Déterminons le volume V d'une tomate de diamètre moyen :

$$V = \frac{4}{3} \times \pi \times R^3$$ le diamètre vaut 54 *mm* donc le rayon vaut 27 *mm*

$$V = \frac{4}{3} \times \pi \times 27^3$$

$V = 26244\,\pi$ *(valeur exacte)*

$V \approx 82\,448$ *(arrondi à l'unité)*

Le volume d'une tomate de diamètre moyen est environ de 82 448 mm^3

Deuxième partie

1. Comparons les deux tarifs pour un achat de 100 caissettes :

Pour 100 caissettes :

- le prix de la livraison avec le 1er tarif est 100 × 7 € = 700 €.
- le prix de la livraison avec le 2nd tarif est 100 × 6,50 € + 50 € = 700 €.

Nous pouvons conclure que pour une livraison de 100 caissettes, le prix est le même quel que soit le tarif.

2. Exprimons le prix $P(x)$ à payer à la coopérative en fonction du nombre x de caissettes avec le 2nd tarif :

$$P(x) = 6{,}5x + 50$$

3. Exprimons le prix $S(x)$ à payer à la coopérative en fonction du nombre x de caissettes avec le 1er tarif :

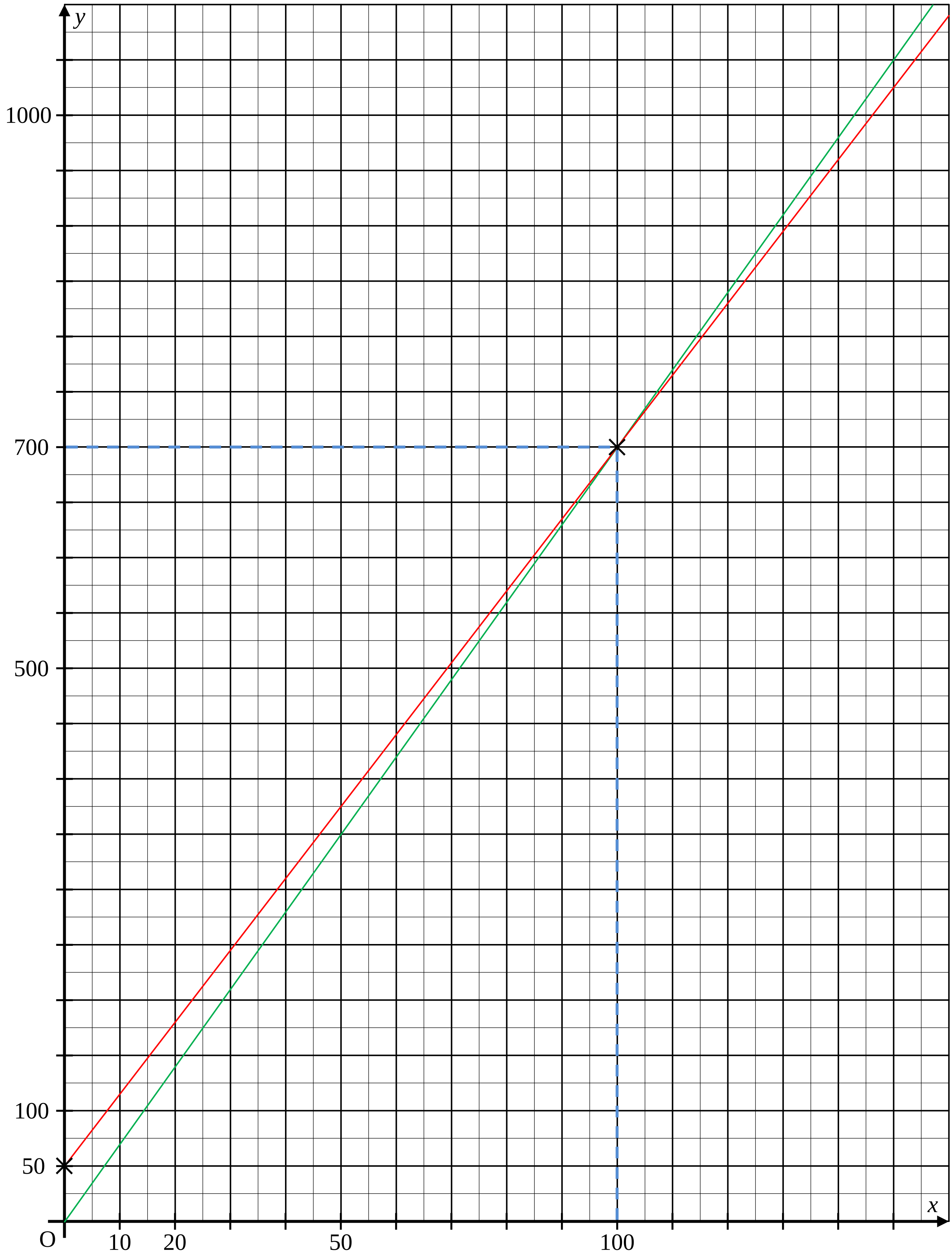
$$S(x) = 7x$$

Troisième partie

1. Représentons graphiquement les deux fonctions S et P :

Les fonctions S et P sont des fonctions affines. Leurs représentations graphiques sont donc des droites.

x	0	100
$S(x)$	0	700
$P(x)$	50	700



2. <u>Déterminons graphiquement le tarif de vente le plus avantageux</u> :
   - Si l'entreprise achète moins de 100 caissettes, le tarif le plus avantageux est le premier.
   - Si l'entreprise achète plus de 100 caissettes, le tarif le plus avantageux est le second.