BREVET BLANC DE MATHÉMATIQUES CORRIGE

Exercice I

1] $(5\times2+1)^2=11^2=121$

2] $(4\times2+1)^2=9^2=81$ et $(\frac{2}{3}\times2+1)^2=(\frac{4}{3}+1)^2=(\frac{4}{3}+\frac{3}{3})^2=(\frac{7}{3})^2=\frac{49}{9}$

3] $(x\times2+1)^2=(2x+1)^2$

4]
$$(2x+1)^2=0$$
$$2x+1=0$$
$$2x=0-1$$
$$x=\frac{-1}{2}$$

Exercice II

1]
$$A=(x+5)^2-(x+3)(2x+10)$$
$$A=x^2+2\times x\times5+5^2-(x\times2x+x\times10+3\times2x+3\times10)$$
$$A=x^2+10x+25-(2x^2+10x+6x+30)$$
$$A=x^2+10x+25-2x^2-16x-30$$
$$A=-x^2-6x-5$$

2] a) $2x+10=2\times x+2\times5=2(x+5)$

b)
$$A=(x+5)^2-(x+3)(2x+10)$$
$$A=(x+5)(x+5)-(x+3)\times2(x+5)$$
$$A=(x+5)[(x+5)-2(x+3)]$$
$$A=(x+5)(x+5-2x-6)$$
$$A=(x+5)(-x-1)$$

Exercice III

1] 2+4+6+8+5+3+2 = 30. Il y a trente élèves dans cette classe.

2] $Moyenne=\frac{5\times2+7\times4+9\times6+11\times8+13\times5+15\times3+17\times2}{30}=\frac{324}{30}\simeq10,8$

3] La note médiane est la note située entre la 15 ème et 16 ème note: il s'agit de 11.

4] L'étendue de cette série est 17-5=12

Exercice IV A

1] Le nombre maximal de paquets doit :

–être le plus grand possible
–diviser le nombre de croissants (126)
–diviser le nombre de chocolatines (210)

On est donc ramené à calculer le PGCD (210; 126). En utilisant l'algorithme d'Euclide, le PGCD est le dernier reste non nul.

A	B	Reste
210	126	
210	126	84
126	84	42
84	42	0

Le boulanger pourra réaliser 42 paquets.

2] 210 : 42 = 5 et 126 : 42 = 3 chaque paquets sera composé de 5 chocolatines et 3 croissants.

Exercice IV B

Soit x le prix en euros d'un pain au chocolat et y le prix en euros d'un croissant.
D'après les données de l'énoncé, on a

$$\begin{cases}5x+3y=5,85\\3x+2y=3,65\end{cases}$$
$$\begin{cases}10x+6y=11,70\\9x+6y=10,95\end{cases}$$
$$\begin{cases}10x-9x=11,70-10,95\\9x+6y=10,95\end{cases}$$
$$\begin{cases}x=0,75\\9\ 0,75+6y=10,95\end{cases}$$
$$\begin{cases}x=0,75\\6,75+6y=10,95\end{cases}$$
$$\begin{cases}x=0,75\\6y=10,95-6,75\end{cases}$$
$$\begin{cases}x=0,75\\6y=4,20\end{cases}$$
$$\begin{cases}x=0,75\\y=4,20:6=0,70\end{cases}$$

Donc une chocolatine coûte 75 centimes et un croissant 70 centimes.

Vérification:
$$5x+3y=5\times0,75+3\times0,70=3,75+2,1=5,85$$
$$3x+2y=3\times0,75+2\times0,70=2,25+1,4=3,65$$

Activités géométriques (12 points)

Exercice 1 :

1.Dans le triangle ABC rectangle en A, d'après le théorème de Pythagore;

$$BC^2 = AC^2 + AB^2$$
$$AC^2 = BC^2 - AB^2$$
$$AC^2 = 13^2 - 5^2$$
$$AC^2 = 169 - 25$$
$$AC^2 = 144$$
$$AC = \sqrt{144} = 12\,cm$$

2. Dans les triangles ABC et NMC, on a les points A, C, M et B, C, N alignés dans le même ordre.

$d'une\ part\ \frac{CM}{AC} = \frac{2,4}{12} = \frac{24}{120} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$

$et\ d'autre\ part\ \frac{CN}{CB} = \frac{2,6}{13} = \frac{26}{130} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$

D'où $\frac{CM}{AC} = \frac{CN}{CB}$. Ainsi, d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (NM) et (AB) sont parallèles.

3. Dans les triangles ABC et NMC, on a $C \in [AM]\ et\ C \in [BN]$ et (NM) // (AB). Donc, d'après le théorème de Thalès,

$$\frac{CM}{AC} = \frac{CN}{CB} = \frac{MN}{AB}$$
$$\frac{2,4}{12} = \frac{2,6}{13} = \frac{MN}{5}$$
$$MN = \frac{5 \times 2,6}{13} = \frac{13}{13} = 1\,cm$$

4. On a $(CA) \perp (AB)\ et\ (AB) \parallel (NM)$. Or, si deux droites sont parallèles, alors toute perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre; donc $(CA) \perp (NM)$. Or, $M \in (CA)$, donc les droites (CM) et (MN) sont perpendiculaires. Ainsi, le triangle CMN est rectangle en M.

Exercice 2 :

1. Dans le triangle CDG rectangle en C, on a $\tan \widehat{CDG} = \frac{côté\ opposé}{côté\ adjacent} = \frac{CG}{CD} = \frac{4,5}{6} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$

D'où $\widehat{CDG} = \tan^{-1}(\frac{3}{4}) \simeq 37°$

2. $V = \frac{aire\ de\ la\ base \times hauteur}{3} = \frac{6 \times 6 \times 4,5}{3} = \frac{162}{3} = 54\,cm^3$

Exercice 3 :

1. Dans le triangle ABC rectangle en C, on a $\cos \widehat{ABC} = \frac{côté\ adjacent}{hypoténuse} = \frac{BC}{AB}$ D'où,

$$\cos \hat{5}° = \frac{BC}{75}$$
$$BC = 75 \times \cos 5°$$
$$BC \simeq 74,71\,m$$

2. Dans le triangle ABC rectangle en C, on a $\sin \widehat{ABC} = \frac{côté\ aopposé}{hypoténuse} = \frac{AC}{AB}$ D'où,

$$\sin \hat{5}° = \frac{AC}{75}$$
$$AC = 75 \times \sin 5°$$
$$AC \simeq 6,53\,m$$

Problème (12 points)

Partie 1

2] a) AM= AB – MB = 6 – 3,5 = 2,5 cm car $M \in [AB]$

b) $(AC) \perp (AB) \, et \, (ME) \perp (AB)$, or si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième, alors elles sont parallèles entre elles. Donc les droites (AC) et (ME) sont parallèles.

c) Dans le triangle ABC, on a $E \in [BC] \, et \, M \in [AB]$ et (AC) // (ME). Donc, d'après le théorème de Thalès,

$$\frac{BE}{BC} = \frac{BM}{BA} = \frac{ME}{AC}$$

$$\frac{BE}{BC} = \frac{3,5}{6} = \frac{ME}{4}$$

$$ME = \frac{4 \times 3,5}{6} = \frac{14}{6} = \frac{7}{3} \, cm.$$

d) $ME = \frac{7}{3} \neq 2,5 \, donc \, ME \neq AM$ Ainsi le triangle AME n'est pas isocèle en M.

Partie 2

1] On pose BM = x Dans le triangle ABC, on a $E \in [BC] \, et \, M \in [AB]$ et (AC) // (ME). Donc, d'après le théorème de Thalès,

$$\frac{BE}{BC} = \frac{BM}{BA} = \frac{ME}{AC}$$

$$\frac{BE}{BC} = \frac{x}{6} = \frac{ME}{4}$$

$$ME = \frac{4 \times x}{6} = \frac{2}{3} x \, cm.$$

2] a) f est une fonction linéaire, sa représentation graphique est donc une droite passant par l'origine.

x	0	3
$f(x)$	0	2

On place le point A (3;2) et on trace la droite (AO).

g est une fonction affine, sa représentation graphique est donc une droite.

x	0	3
$g(x)$	6	3

On place les points B (0;6) et C(3;3) et on trace la droite (BC).

b) $f(6) = \frac{2}{3} \times 6 = \frac{12}{3} = 4$ L'image de 6 par f est 4.

$$\frac{2}{3} \times x = 2 \, donc \, x = 2 : \frac{2}{3}$$

$$d'où \, x = \frac{2 \times 3}{2} = 3$$

3 a pour image 2 par f .

$$6 - x = 4,5$$

$$x = 6 - 4,5$$

$$x = 1,5$$

L'antécédent de 4,5 par g est 1,5.

$g(\frac{3}{4}) = 6 - \frac{3}{4} = \frac{24}{4} - \frac{3}{4} = \frac{24 - 3}{4} = \frac{21}{4} = 5,25$ l'image de $\frac{3}{4}$ par g est 5,25.

c) D'après les traits de résolution, $x = 3,6$ pour que le triangle AME soit isocèle en M. Cela correspond à l'abscisse du point d'intersection des deux droites.